

# Física: Mecânica

## TÓPICO 6: Momento Linear, Conservação do Momento Linear e Colisões

Como funciona um air bag? Qual é a força que um tenista aplica na bola durante um saque? Quais são os conceitos físicos envolvidos num jogo de bilhar? Conforme veremos nesta aula, todas essas perguntas nos remetem ao estudo dos conceitos fundamentais das colisões em uma e duas dimensões.

### 1 Momento linear

Momento linear ou quantidade de movimento linear representa a inércia de um corpo em movimento. Quando estudamos as leis de Newton, vimos que a massa de um corpo representa a sua inércia, ou seja, sua resistência à variação de estado. Quanto maior a massa, mais difícil é colocar este corpo em movimento ou repouso. Porém, quando o corpo está em movimento, sua velocidade também se torna parte desta resistência. Suponha uma caixa com massa  $m$  e velocidade  $v_0$ , diferente de zero, prestes a colidir contra um homem que, rapidamente, aplica 1000 N de força no sentido oposto ao do deslocamento da caixa e leva 3,0 segundos para colocá-la em repouso. Podemos analisar este movimento pela segunda lei de Newton:

$$F = ma = m \frac{\Delta v}{\Delta t} = m \frac{(v - v_0)}{\Delta t}$$

em que  $a$  é a aceleração média do bloco e  $v = 0$  a sua velocidade final. Assim,

$$F = -\frac{mv_0}{\Delta t} \quad (1)$$

onde o sinal negativo indica que a força  $F$  tem o sentido oposto de  $v_0$ . Substituindo os valores de  $F$  e  $\Delta t$  na equação 1, obtemos:

$$\begin{aligned} (-1000)(3,0) &= -mv_0 \\ mv_0 &= 3000 \text{ kg}\cdot\text{m/s} \end{aligned} \quad (2)$$

O resultado da equação 2 mostra que existem várias combinações em que o produto  $mv_0$  resulte 3000

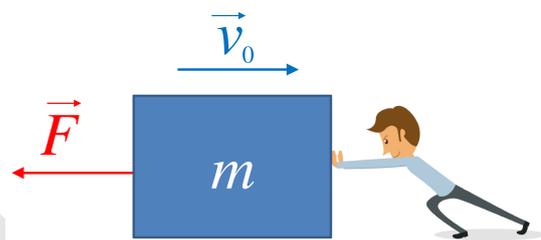


Figura 1: Homem aplica uma força  $\vec{F}$  no sentido oposto ao do movimento da caixa para colocá-la em repouso. A imagem foi produzida com recursos da página PNGio.com 2019.

kg·m/s. Em uma situação, o bloco pode ter massa de 10 kg e velocidade de 300 m/s; em outra situação, pode ter 300 kg de massa e velocidade 10 m/s. Nestas duas situações, o homem levaria os mesmos 3,0 s para colocar o bloco em repouso aplicando uma força de 1000 N. Assim, concluímos que o produto  $mv$  representa a inércia em movimento do corpo, recebendo o nome de momento linear ou quantidade de movimento linear e designado pela letra  $p$  (ou  $Q$ ):

$$p = mv \quad (3)$$

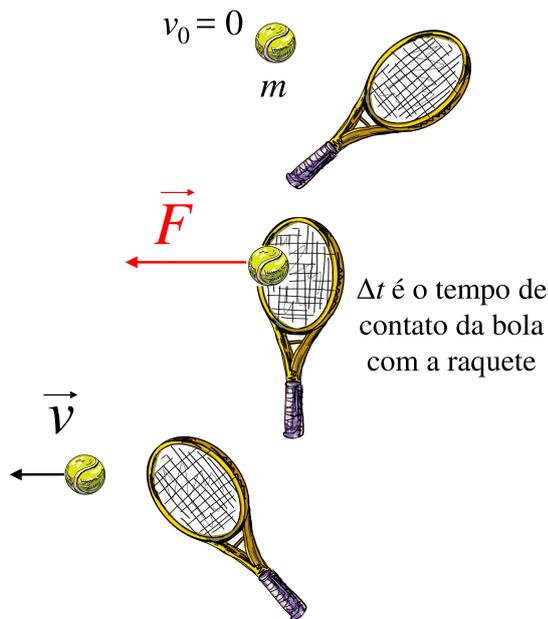
em que  $m$  é a massa do corpo e  $v$  a sua velocidade. O momento linear  $p$  é dado em kg·m/s no SI.

### 2 Impulso linear

Com a segunda lei de Newton podemos escrever a equação:

$$F\Delta t = m\Delta v = mv - mv_0$$

em que  $mv$  e  $mv_0$  representam os momentos lineares final e inicial do corpo, respectivamente. Esta mudança no momento linear (com a variação da velocidade) ocorre após o corpo sofrer a atuação de uma força  $F$  durante um intervalo de tempo  $\Delta t$ . Considere, por exemplo, um saque durante um jogo de tênis, como mostra a figura 2. Existe a variação da velocidade da bola (e conseqüentemente do momento linear) após a



**Figura 2:** Uma bola com momento linear inicial nulo ( $p_0 = mv_0 = 0$ ) adquire momento linear não-nulo ( $p = mv$ ) após a aplicação de um impulso linear pela raquete ( $I = F\Delta t$ ). A imagem foi produzida com recursos da página pngtree.com 2019.

colisão com a raquete. A aplicação da força  $F$  durante esse contato (intervalo  $\Delta t$ ) é chamado de impulso linear  $I$ :

$$I = F\Delta t \quad (4)$$

que também pode ser calculado pela variação do momento linear do corpo:

$$I = \Delta p = mv - mv_0 \quad (5)$$

No SI, o impulso linear é dado em N·s, mas fundamentalmente tem a mesma unidade de momento linear (kg·m/s).

### Problema 1

(UFSC) O *air-bag*, equipamento utilizado em veículos para aumentar a segurança dos seus ocupantes em uma colisão, é constituído por um saco de material plástico que se infla rapidamente quando ocorre uma desaceleração violenta do veículo, interpondo-se entre o motorista, ou o passageiro, e a estrutura do veículo. Consideremos, por exemplo, as colisões frontais de dois veículos iguais, a uma mesma velocidade, contra um mesmo obstáculo rígido, um com *air-bag* e outro sem *air-bag*, e com motoristas de mesma massa. Os dois motoristas sofrerão, durante a colisão, a mesma variação de velocidade e a mesma variação da quantidade de movimento. Entretanto, a colisão do motorista contra o *air-bag* tem uma duração maior do que a colisão do

motorista diretamente contra a estrutura do veículo. De forma simples, o *air-bag* aumenta o tempo de colisão do motorista do veículo, isto é, o intervalo de tempo transcorrido desde o instante imediatamente antes da colisão até a sua completa imobilização. Em consequência, a força média exercida sobre o motorista no veículo com *air-bag* é muito menor, durante a colisão.

Considerando o texto acima, assinale a(s) proposição(ões) **CORRETA(S)**.

01. A colisão do motorista contra o *air-bag* tem uma duração maior do que a colisão do motorista diretamente contra a estrutura do veículo.

02. A variação da quantidade de movimento do motorista do veículo é a mesma, em uma colisão, com ou sem a proteção do *air-bag*.

04. O impulso exercido pela estrutura do veículo sobre o motorista é igual à variação da quantidade de movimento do motorista.

08. O impulso exercido sobre o motorista é o mesmo, em uma colisão, com *air-bag* ou sem *air-bag*.

16. A variação da quantidade de movimento do motorista é igual à variação da quantidade de movimento do veículo.

32. A grande vantagem do *air-bag* é aumentar o tempo de colisão e, assim, diminuir a força média atuante sobre o motorista.

64. Tanto a variação da quantidade de movimento do motorista como o impulso exercido para pará-lo são iguais, com ou sem **air-bag**; portanto, a força média exercida sobre ele é a mesma, também.

### RESOLUÇÃO:

01. Correta. A afirmação consta no enunciado.

02. Correta. Como os motoristas possuem a mesma massa e velocidades inicial e final iguais, a variação da quantidade de movimento linear (ou momento linear) é a mesma em ambos os casos:

$$\Delta p_{(\text{com air-bag})} = \Delta p_{(\text{sem air-bag})} = mv - mv_0$$

em que  $m$  é a massa do motorista,  $v_0$  sua velocidade inicial e  $v$  a velocidade final.

04. Correta. Conforme descrito pela equação 5, o impulso externo  $I$  é o responsável pela variação da quantidade de movimento linear  $\Delta p$  do motorista:

$$I_{\text{carro}} = \Delta p_{\text{motorista}}$$

08. Correta. Como a variação da quantidade de movimento linear é a mesma com e sem o *air-bag*, provamos, por meio da equação 5, que o impulso exercido pelo veículo também é o mesmo.

16. Incorreta. Como a massa do motorista e do veículo são diferentes, a variação do momento linear também é diferente.

32. Correta. A afirmação consta no enunciado.

64. Incorreta. Já provamos que a variação da quantidade de movimento linear e o impulso são iguais para os casos com e sem *air-bag*, porém, a força média é menor com *air-bag*, uma vez que o tempo de contato é maior. A afirmação consta no enunciado.

Portanto, a soma dos itens corretos é 47.

### Problema 2

(UFSC) Na segunda-feira, 12 de junho de 2000, as páginas esportivas dos jornais nacionais eram dedicadas ao tenista catarinense Gustavo Kuerten, o Guga, pela sua brilhante vitória e conquista do título de bi-campeão do Torneio de Roland Garros. Entre as muitas informações sobre a partida final do Torneio, os jornais afirmavam que o saque mais rápido de Gustavo Kuerten foi de 195 km/h. Em uma partida de tênis, a bola atinge velocidades superiores a 200 km/h. Consideremos uma partida de tênis com o Guga sacando: lança a bola para o ar e atinge-a com a raquete, imprimindo-lhe uma velocidade horizontal de 180 km/h (50 m/s). Ao ser atingida pela raquete, a velocidade horizontal inicial da bola é considerada nula. A massa da bola é igual a 58 gramas e o tempo de contato com a raquete é 0,01 s.

Assinale a(s) proposição(ões) **verdadeira(s)**:

01. A força média exercida pela raquete sobre a bola é igual a 290 N.

02. A força média exercida pela bola sobre a raquete é igual àquela exercida pela raquete sobre a bola.

04. O impulso total exercido sobre a bola é igual a 2,9 N.s.

08. O impulso total exercido pela raquete sobre a bola é igual à variação da quantidade de movimento da bola.

16. Mesmo considerando o ruído da colisão, as pequenas deformações permanentes da bola e da raquete e o aquecimento de ambas, há conservação da energia mecânica do sistema (bola+raquete), porque a resultante das forças externas é nula durante a colisão.

32. O impulso exercido pela raquete sobre a bola é maior do que aquele exercido pela bola sobre a raquete, tanto assim que a raquete recua com velocidade de módulo muito menor que a da bola.

### RESOLUÇÃO:

01. Correta. A força média é dada pelas equações 4 e 5:

$$I = \Delta p = F \Delta t$$

em que  $\Delta p = mv - mv_0 = mv = 0,058 \times 50 = 2,9$  N.s. Logo:

$$F = \frac{\Delta p}{\Delta t} = \frac{2,9}{0,01} = 290 \text{ N}$$

02. Correta. No momento da colisão da raquete com a bola, o sistema está isolado de forças externas, logo, o impulso da bola sobre a raquete é igual ao impulso da raquete sobre a bola. Como o tempo de contato é igual para os dois, a força média que um corpo exerce sobre o outro também é a mesma.

04. Correta. Conforme demonstrado no item 01:

$$I = \Delta p = 2,9 \text{ N.s}$$

08. Correta. Esta afirmação é discutida na descrição da figura 2.

16. Incorreta. Se existe ruído, há dissipação de energia, logo, a energia mecânica não é conservada.

32. Conforme já discutido, os impulsos são iguais. Pela definição de impulso:

$$I = F \Delta t = ma \Delta t$$

Isolando a aceleração na equação acima:

$$a = \frac{I}{m \Delta t}$$

Concluimos que o recuo mais lento da raquete ocorre porque sua massa é maior que a da bola, fazendo com que sua aceleração seja menor.

Portanto, a soma dos itens corretos é 15.

### 3 Colisões em uma dimensão

Considere duas partículas de massas  $m_1$  e  $m_2$  e velocidades iniciais  $\vec{v}_{01}$  e  $\vec{v}_{02}$ , respectivamente, conforme mostra a figura 3. No momento da colisão, a partícula 1 aplica um impulso  $\vec{I}_{21}$  sobre a partícula 2, que também aplica um impulso  $\vec{I}_{12}$  sobre a partícula 1. Estes impulsos, conforme mostra a equação 5, provocam a mudança do momento linear dessas partículas, que adquirem velocidades finais  $\vec{v}_1$  e  $\vec{v}_2$ , respectivamente. Como as duas partículas estão isoladas, os impulsos obedecem à terceira lei de Newton:

$$I_{12} = -I_{21} \quad (6)$$

Substituindo a equação 5 na 6, obtemos:

$$\begin{aligned} m_1 v_1 - m_1 v_{01} &= -(m_2 v_2 - m_2 v_{02}) \\ m_1 v_{01} + m_2 v_{02} &= m_1 v_1 + m_2 v_2 \end{aligned} \quad (7)$$

O termo à esquerda da igualdade na equação 7 representa o momento linear  $P_0$  do sistema de partículas antes da colisão (inicial) e o termo da direita o momento linear  $P$  do sistema de partículas após a colisão (final). Com isso,

$$P_0 = P \quad (8)$$

em que

$$P_0 = m_1 v_{01} + m_2 v_{02}$$

e

$$P = m_1 v_1 + m_2 v_2$$

A equação 8 diz que o momento linear de um sistema de partículas (formada por duas ou mais) é conservado na ausência de forças externas e é dado pela soma dos momentos lineares individuais das partículas.

Existem 3 tipos de colisões em um sistema isolado: elástica, inelástica e perfeitamente inelástica. Na colisão elástica, a energia cinética do sistema, que é dada pela soma das energias cinéticas de cada elemento do sistema, antes da colisão é igual a energia cinética após a colisão, ou seja, é conservada:

$$\frac{1}{2} m_1 v_{01}^2 + \frac{1}{2} m_2 v_{02}^2 = \frac{1}{2} m_1 v_1^2 + \frac{1}{2} m_2 v_2^2 \quad (9)$$

Na colisão inelástica, a energia cinética não é conservada após a colisão; parte da energia é convertida em calor, som etc. Na colisão perfeitamente inelástica, a quantidade de energia cinética perdida é máxima, porém isso não significa que toda a energia cinética seja

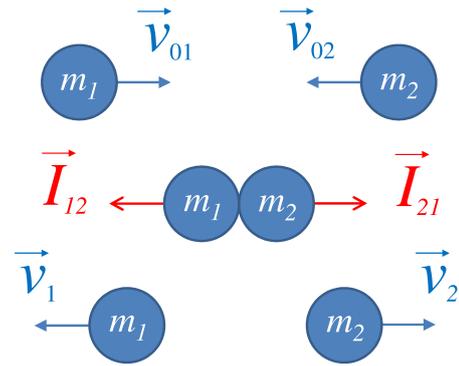


Figura 3: Colisão unidimensional entre duas partículas.

dissipada. Neste caso, as duas partículas adquirem a mesma velocidade após a colisão:

$$v_1 = v_2 \quad (10)$$

indicando que após a colisão os dois corpos estão em repouso ou se deslocam juntos. Nessas três situações o momento linear é conservado, ou seja, a equação 8 é satisfeita.

#### Problema 3

(UFPB) Num jogo de bilhar um jogador lança a bola branca (bola 1) com velocidade  $v_{01} = 4$  m/s em direção à bola preta (bola 2) que está parada ( $v_{02} = 0$ ). As bolas têm massas iguais e podem deslizar sem atrito sobre a mesa. Considerando-se que a colisão é perfeitamente elástica e frontal e que a velocidade inicial da bola branca é positiva, pode-se concluir que as velocidades das bolas, após a colisão serão:

- (a)  $v_1 = 2$  m/s e  $v_2 = 2$  m/s.
- (b)  $v_1 = -4$  m/s e  $v_2 = 0$  m/s.
- (c)  $v_1 = 0$  m/s e  $v_2 = 0$  m/s.
- (d)  $v_1 = -4$  m/s e  $v_2 = 4$  m/s.
- (e)  $v_1 = 0$  m/s e  $v_2 = 4$  m/s.

**RESOLUÇÃO:** Se considerarmos as duas bolinhas como nosso sistema de partículas, não há forças externas e o momento linear é conservado:

$$P_0 = P$$

$$m_1 v_{01} + m_2 v_{02} = m_1 v_1 + m_2 v_2$$

em que  $m_1 = m_2 = m$ ,  $v_{01}$  e  $v_{02}$  representam as velocidades antes da colisão e  $v_1$  e  $v_2$  as velocidades após a colisão. Logo,

$$\begin{aligned} m(4) + m(0) &= m v_1 + m v_2 \\ \cancel{m}(4) &= \cancel{m} v_1 + \cancel{m} v_2 \\ v_1 + v_2 &= 4 \end{aligned} \quad (11)$$

Para resolver a equação 11 e encontrar as velocidades finais, precisamos de mais uma equação que é dada pela conservação de energia cinética (equação 9):

$$\frac{1}{2}m_1v_{01}^2 + \frac{1}{2}m_2v_{02}^2 = \frac{1}{2}m_1v_1^2 + \frac{1}{2}m_2v_2^2$$

$$\frac{1}{2}m(4)^2 + \frac{1}{2}m(0)^2 = \frac{1}{2}mv_1^2 + \frac{1}{2}mv_2^2$$

$$v_1^2 + v_2^2 = 16 \quad (12)$$

Elevando ambos os lados da equação 11 ao quadrado, obtemos:

$$v_1^2 + 2v_1v_2 + v_2^2 = 16$$

onde a soma  $v_1^2 + v_2^2$  vale 16, de acordo com a equação 12. Assim, obtemos:

$$2v_1v_2 = 0 \quad (13)$$

O resultado da equação 13 indica três possibilidades: (i)  $v_1 = v_2 = 0$ , (ii)  $v_2 = 0$  ou (iii)  $v_1 = 0$ . A primeira hipótese está incorreta, pois viola a conservação de energia cinética. Se a segunda hipótese está correta, a equação 11 mostra que  $v_1 = 4$  m/s, ou seja, a bola 1 passou pela bola 2 sem mudanças na velocidade; portanto, não houve colisão; logo, também é uma condição incorreta. A terceira alternativa indica, também pela equação 11, que  $v_2 = 4$  m/s, ou seja, a bola 1 fica em repouso após a colisão e a bola 2 entra em movimento com a mesma velocidade da bola 1 antes da colisão (houve a troca de velocidades). **Destá forma, a alternativa correta é o item (e).**

#### FIQUE LIGADO

Se a colisão é elástica, frontal e  $m_1 = m_2$ , então haverá a troca de velocidades.

#### Problema 4

(UDESC) Uma bala de revólver, de massa igual a 10,0 gramas é disparada horizontalmente contra um alvo de 2,5 kg, que se encontra em repouso sobre uma superfície horizontal. O coeficiente de atrito cinético entre o alvo e a superfície vale 0,20. A bala penetra no alvo, atingindo o repouso dentro dele. Em consequência da colisão, o conjunto bala + alvo se desloca por 1,0 m, até parar.

Determine:

(a) A velocidade do sistema bala + alvo,

imediatamente após a bala atingir o repouso dentro do alvo.

(b) A velocidade de disparo da bala.

#### RESOLUÇÃO:

(a) Um esquema do movimento descrito pelo enunciado é apresentado na figura abaixo. A bala atinge o corpo em repouso, fazendo-o deslizar por 1,0 m até parar. A velocidade do sistema imediatamente após a colisão pode ser calculada pela equação de Torricelli:

$$v^2 = v_0^2 + 2a\Delta x \quad (14)$$

em que  $v = 0$  após o corpo percorrer  $\Delta x = 1,0$  m,  $v_0$  é a velocidade imediatamente após a colisão do sistema bala + alvo e  $a$  é a desaceleração do corpo devido a força de atrito.

A força de atrito pode ser calculada pela segunda lei de Newton:

$$F = ma = -\mu N$$

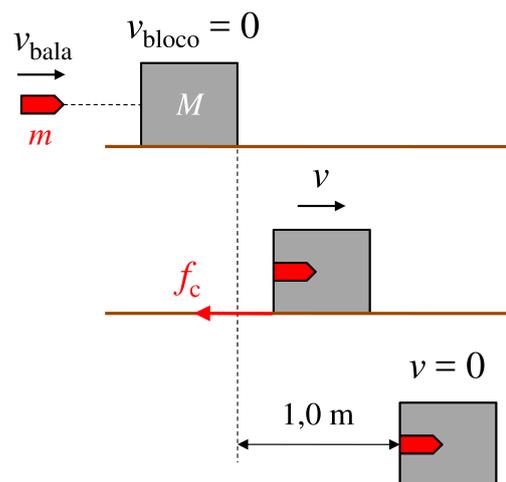
em que  $N = mg$ , uma vez que não existe movimento na vertical; logo,

$$a = -\mu g$$

Substituindo este resultado na equação 14, obtemos:

$$v_0 = \sqrt{2\mu g\Delta x}$$

$$v_0 = \sqrt{2(0,20)(10)(1,0)} = 2,0 \text{ m/s}$$



(b) Antes da colisão e imediatamente após a colisão não houve ainda a perda de energia por atrito, logo, podemos considerar a conservação do momento linear:

$$P_0 = P \quad (15)$$

Considerando o conjunto bloco + bala nosso sistema de partículas, o momento inicial  $P_0$  do conjunto será dado por

$$P_0 = m_{bala}v_{bala} + m_{bloco}v_{bloco}$$

enquanto o momento final  $P$  do conjunto será dado por

$$P = (m_{bala} + m_{bloco})v_0$$

Com isso, a equação 15 torna-se

$$m_{bala}v_{bala} + m_{bloco}v_{bloco} = (m_{bala} + m_{bloco})v_0$$

em que  $v_{bloco} = 0$ , pois o bloco estava parado antes da colisão. Note que essa colisão é perfeitamente inelástica, pois os dois corpos se movimentam com a mesma velocidade após a colisão. Resolvendo a equação 3 para  $v_{bala}$ :

$$(0,010)v_{bala} + (2,5)(0) = (0,010 + 2,5)(2,0)$$

$$v_{bala} = 502 \text{ m/s}$$

### Problema 5

(UNICAMP) Um pescador estaciona seu barco leve à margem de uma lagoa calma, em frente a uma árvore carregada de deliciosos frutos. Este barco pode mover-se livremente sobre a água, uma vez que o atrito entre ambos pode ser considerado muito pequeno. Após algum tempo de inútil pescaria, o pescador sente vontade de comer alguns frutos. Coloca cuidadosamente sua vara de pescar no chão do barco e dirige-se, andando sobre ele, em direção à árvore. Conseguirá o pescador alcançar a árvore?



Explique os princípios físicos que o levaram a esta conclusão.

**RESOLUÇÃO:** Como o pescador e o barco estão inicialmente em repouso, a quantidade de movimento linear do sistema pescador + barco é zero, e se não há atrito entre o barco e a água, o sistema está isolado e a quantidade de movimento linear é conservada para o sistema de partículas:

$$P_0 = P$$

$$0 = p_{\text{pescador}} + p_{\text{barco}}$$

onde o lado esquerdo da igualdade representa a quantidade de movimento linear enquanto estão todos em repouso e o lado direito a quantidade de movimento enquanto o pescador se movimenta. Para que o lado direito da equação também seja zero, os momentos lineares devem ter sentidos opostos. Isso significa que se o homem se desloca para esquerda (margem), o barco deve recuar e se deslocar para a direita, ou seja:

$$0 = m_{\text{pescador}}v'_{\text{pescador}} - m_{\text{barco}}v_{\text{barco}}$$

em que  $v_{\text{barco}}$  e  $v'_{\text{pescador}}$  representam as velocidades em relação à margem. A velocidade do pescador em relação à margem é  $v'_{\text{pescador}} = v_{\text{pescador}} - v_{\text{barco}}$ , em que  $v_{\text{pescador}}$  representa a velocidade do pescador em relação ao barco:

$$0 = m_{\text{pescador}}(v_{\text{pescador}} - v_{\text{barco}}) - m_{\text{barco}}v_{\text{barco}}$$

o que permite calcular a velocidade de recuo do barco em relação à margem:

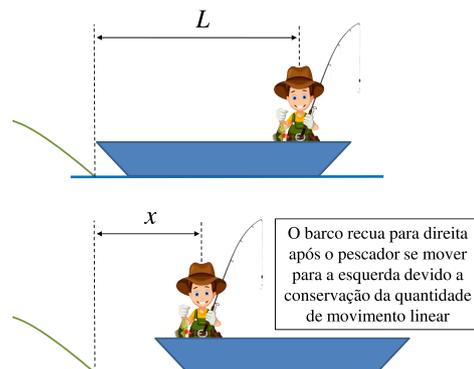
$$v_{\text{barco}} = \frac{m_{\text{pescador}}}{m_{\text{pescador}} + m_{\text{barco}}}v_{\text{pescador}} \quad (16)$$

Considerando que estas velocidades são constantes, podemos calculá-las com a equação horária da posição do MRU:  $L = v_{\text{pescador}}t$  e  $x = v_{\text{barco}}t$ , que substituídas na equação 16 fornece,

$$\frac{x}{L} = \frac{m_{\text{pescador}}}{m_{\text{pescador}} + m_{\text{barco}}} \frac{L}{L}$$

$$x = \frac{m_{\text{pescador}}}{m_{\text{pescador}} + m_{\text{barco}}}L \quad (17)$$

Conforme mostra a figura e seguir, o homem está inicialmente uma distância  $L$  da margem, que também representa, aproximadamente, o comprimento do barco. Após caminhar esse comprimento, o barco recua uma distância  $x$  devido a sua velocidade de recuo, fazendo com que o pescador talvez não chegue na margem. Esse talvez é porque o comprimento  $x$  depende de uma razão entre massas, conforme mostra a equação 17.



Se a massa do barco é muito maior que a massa do pescador, a equação 17 mostra que  $x \approx 0$ . Isso indica que o barco não recua e o homem chega na margem sem problemas. Porém, se a massa do pescador é muito maior que a massa do barco, a equação 17 mostra que  $x \approx L$ . Isso significa que o homem caminha uma distância  $L$  sobre o barco, mas o barco recua a mesma distância  $L$ , ou seja, o pescador caminha todo o comprimento do barco, mas não se move em relação à margem, ficando impossibilitado de chegar em terra.

Como o enunciado da questão diz que o barco tem massa leve, temos uma situação mais próxima do segundo caso; portanto, o pescador não chega na margem devido o recuo do barco.

(Obs.: a figura da resolução foi construída com recursos da página *Pinclípart* 2019.)

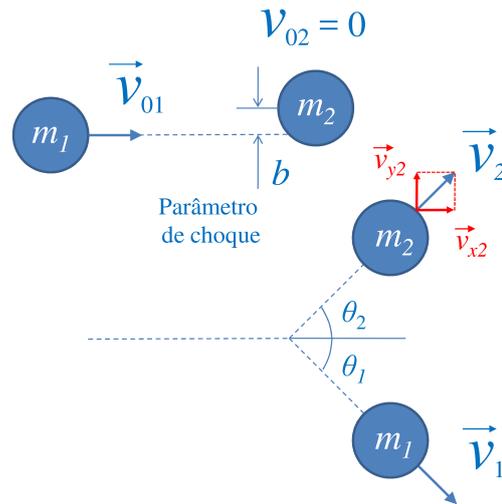


Figura 4: Colisão bidimensional entre duas partículas.

corpo se move no sentido negativo do eixo  $y$ , enquanto o momento linear da partícula 2 é positivo, pois ela se move no sentido positivo do eixo  $y$ . As equações 18 e 19 são válidas para os três tipos de colisão (elástica, inelástica e perfeitamente inelástica).

## 4 Colisões em duas dimensões

O momento linear é uma grandeza vetorial. Isso indica que se a velocidade possui componente nos eixos  $x$  e  $y$ , o momento linear também tem. Essa propriedade é muito importante, pois nos permite estudar as colisões em duas ou três dimensões. Por simplicidade, manteremos nossa atenção para os problemas em 2D. Considere a situação da figura 4. Um corpo de massa  $m_1$  e velocidade inicial  $\vec{v}_{01}$  está em rota de colisão com um corpo de massa  $m_2$ , inicialmente em repouso. A colisão em duas dimensões ocorre apenas quando os centros das duas partículas estão deslocados entre si, ou seja, o *parâmetro de choque*  $b$  é diferente de zero e menor que a soma dos raios dos corpos. Ao realizarem a colisão, a partícula de massa  $m_1$  adquire velocidade  $\vec{v}_1$ , que forma um ângulo  $\theta_1$  com o eixo  $x$ , e a partícula  $m_2$  adquire velocidade  $\vec{v}_2$ , que forma um ângulo  $\theta_2$  com o eixo  $x$ . Considerando que não existem forças externas atuando sobre as partículas, o momento linear é conservado no eixo  $x$ :

$$m_1 v_{01} = m_1 v_{x1} + m_2 v_{x2} \quad (18)$$

e sobre o eixo  $y$ :

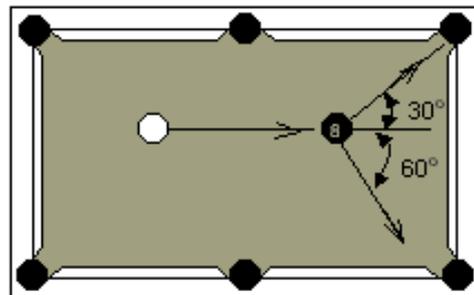
$$0 = -m_1 v_{y1} + m_2 v_{y2} \quad (19)$$

em que  $v_{x1} = v_1 \cos \theta_1$ ,  $v_{x2} = v_2 \cos \theta_2$ ,  $v_{y1} = v_1 \sin \theta_1$  e  $v_{y2} = v_2 \sin \theta_2$ <sup>1</sup>. Note que o momento linear ao longo do eixo  $y$  é zero antes da colisão, pois não existe inicialmente movimento nesta direção. Após a colisão, o momento linear da partícula 1 é negativo, pois o

<sup>1</sup>Para obter esses valores foi aplicado aos vetores da figura 4 a decomposição de vetores já vista na aula de Dinâmica.

### Problema 6

(UFSC) Em uma partida de sinuca, resta apenas a bola oito a ser colocada na caçapa. O jogador da vez percebe que, com a disposição em que estão as bolas na mesa, para ganhar a partida ele deve desviar a bola oito de 30 graus, e a bola branca de pelo menos 60 graus, para que a mesma não entre na caçapa oposta, invalidando sua jogada. Então, ele impulsiona a bola branca, que colide elasticamente com a bola oito, com uma velocidade de 5 m/s, conseguindo realizar a jogada com sucesso, como previra, vencendo a partida. A situação está esquematizada na figura abaixo. Considere as massas das bolas como sendo iguais e despreze qualquer atrito.



Considerando o sistema constituído pelas duas bolas, assinale a(s) proposição(ões) CORRETA(S).

01. Devido à colisão entre a bola branca e

a bola oito, a quantidade de movimento do sistema de bolas não é conservada.

**02.** A velocidade da bola branca, após a colisão, é de 2,5 m/s.

**04.** A energia cinética da bola oito, após a colisão, é maior do que a energia cinética da bola branca, antes da colisão.

**08.** Após a colisão, a quantidade de movimento total, na direção perpendicular à direção de incidência da bola branca, é nula.

**16.** A energia cinética da bola branca, após a colisão, é três vezes menor que a energia cinética da bola oito.

**32.** Como a colisão é elástica, a energia cinética da bola branca, antes da colisão, é maior do que a soma das energias cinéticas das bolas branca e oito, após a colisão.

**64.** Desde que não existam forças externas atuando sobre o sistema constituído pelas bolas, a quantidade de movimento total é conservada no processo de colisão.

#### RESOLUÇÃO:

**01.** Incorreta. Como não existem forças externas (as duas bolas deslizam sobre a mesa), o momento linear é conservado.

**02.** Correta. Podemos calcular a velocidade da bola 8 a partir da equação 19, que representa a conservação da quantidade de movimento linear sobre o eixo  $y$ :

$$0 = -m_1 v_1 \sin \theta_1 + m_2 v_2 \sin \theta_2$$

em que  $m_1 = m_2 = m$ ,  $v_1$  é a velocidade da bola branca após a colisão,  $v_2$  a velocidade da bola preta após a colisão,  $\theta_1 = 60^\circ$  e  $\theta_2 = 30^\circ$ :

$$v_2 = \frac{m v_1 \sin \theta_1}{m \sin \theta_2} = \frac{v_1 \sin 60^\circ}{\sin 30^\circ} = \sqrt{3} v_1$$

Para calcular a velocidade  $v_1$ , utilizamos a equação 18:

$$m v_{01} = m v_1 \cos \theta_1 + m v_2 \cos \theta_2$$

$$v_{01} = v_1 \cos 60^\circ + \sqrt{3} v_1 \cos 30^\circ$$

$$5 = \frac{1}{2} v_1 + \frac{\sqrt{3}}{2} \sqrt{3} v_1$$

$$v_1 = \frac{10}{4} = 2,5 \text{ m/s}$$

**04.** Incorreta. A velocidade da bola 8 é  $\sqrt{3} \times 2,5 \approx 4,3$  m/s. Este valor é menor que a velocidade da bola branca antes da colisão (5 m/s). Como as massas são as mesmas, concluímos que a energia cinética da bola 8 após a colisão é menor que da bola 1 antes da colisão. Você também pode pensar que, como a bola branca e a bola 8 se movem após a colisão, e a energia cinética se conserva, a energia cinética inicial da bola branca foi dividida entre as duas bolinhas, o que impede que a energia cinética de cada uma das bolinhas após a colisão seja maior que a energia cinética inicial da bola branca.

**08.** Correta. Se a quantidade de movimento linear total na direção perpendicular à direção de incidência da bola branca antes da colisão é zero, e existe a sua conservação, a quantidade de movimento linear total na direção perpendicular à direção de incidência da bola branca após a colisão também é zero.

**16.** Correta. A energia cinética da bola 1 é:

$$E_{c1} = \frac{1}{2} m v_1^2 \quad (20)$$

e a energia cinética da bola 8 vale:

$$E_{c2} = \frac{1}{2} m v_2^2 = \frac{1}{2} m (3v_1^2) = 3 \left( \frac{1}{2} m v_1^2 \right) \quad (21)$$

Comparando as equações 20 e 21, concluímos que  $E_{c2} = 3E_{c1}$ .

**32.** Incorreta. Se a colisão é elástica, a energia cinética total antes da colisão é igual a energia cinética total após a colisão.

**64.** Correta, conforme comentado na seção 4 e na resolução do item 01.

Portanto, a soma dos itens corretos é 90.

#### COLABORADORES DESTA AULA

- **Texto:**  
Diego Alexandre Duarte
- **Diagramação:**  
Diego Alexandre Duarte
- **Revisão:**  
João Carlos Xavier  
Caroline Ruella Paiva Torres

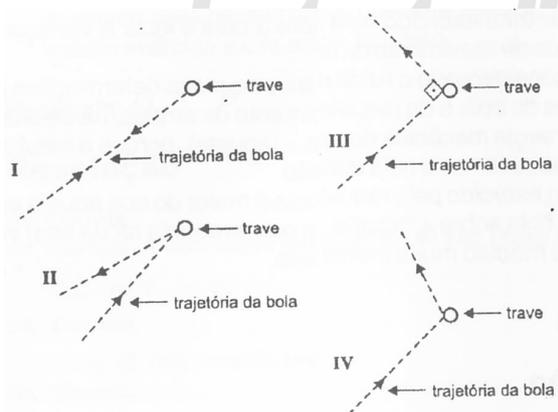
## Referências Bibliográficas

- Chaban, E., M. A. Jerry e Ananias M. Neto (2005). *Resumo e Exercícios de Física*. Vol. Único. Florianópolis: JC Gráfica e Editora.
- Máximo, A. e B. Alvarenga (2012). *Caderno de revisão e exercícios de física*. Vol. Único. São Paulo: Scipione.
- Pinclipart (2019). URL: <https://www.pinclipart.com/maxpin/oiJRxR/> (acesso em 19/02/2019).
- PNGio.com (2019). URL: <https://pngio.com/images/png-a415763.html> (acesso em 10/02/2019).
- pngtree.com (2019). URL: <https://pngtree.com/so/cartoon-tennis-cartoon-tennispngfrompngtree.com> (acesso em 11/02/2019).

## 5 Lista de Problemas

Alguns dos exercícios apresentados na lista abaixo, bem como alguns resolvidos nesta aula, foram retirados de Chaban, Jerry e Neto, 2005 e Máximo e Alvarenga, 2012. Outros problemas foram retirados diretamente dos cadernos de prova dos referidos vestibulares.

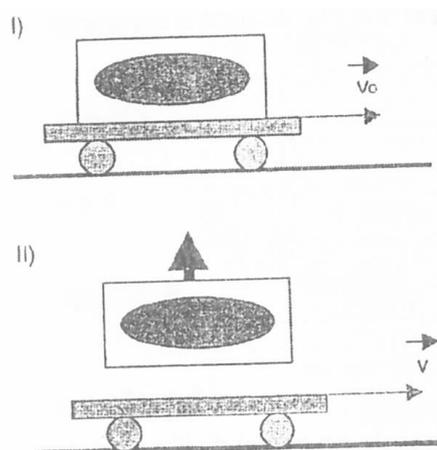
- (FUVEST) Num jogo de futebol, a bola bate na trave superior do gol. Suponha que isso ocorra numa das quatro situações representadas esquematicamente a seguir, I, II, III, IV. A trajetória da bola está contida no plano das figuras, que é o plano vertical perpendicular à trave superior do gol.



Sabendo que o módulo da velocidade é o mesmo em todas as situações, antes e após ser rebatida pela trave, pode-se afirmar que o impulso exercido pela trave sobre a bola é:

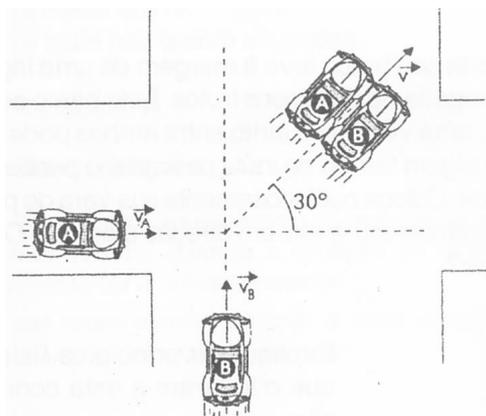
- maior em I
- maior em II
- maior em III
- maior em IV
- igual nas quatro situações

- (SUPRA) Segundo os dados da história, as idéias sobre a conservação (da massa, energia e movimento) datam do século I a.C., com o poeta romano Lucrécio. Isaac Newton (1642-1727) demonstrou a conservação da quantidade de movimento de um corpo e que esta tem caráter vetorial. Para analisar o sistema carrinho-tijolo da situação abaixo, despreze qualquer forma de atrito.



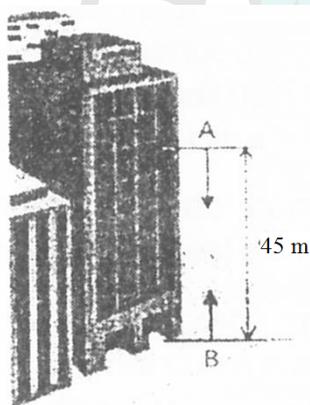
Considere um carrinho de 1 kg com um tijolo também de 1 kg movimentando-se com velocidade de 2 m/s. Se alguém retirar repentinamente o tijolo do carrinho, o valor da velocidade do carrinho:

- reduzirá pela metade, pois o sistema não é isolado.
  - passará para 4 m/s, pois o sistema é isolado.
  - se manterá constante em 2 m/s, pois o sistema não é isolado.
  - triplicará, pois o sistema é isolado.
  - quadruplicará, pois o sistema é isolado.
- (ACAFE) Dois carros A e B, de massa  $m_A = 1500$  kg e  $m_B = 1000$  kg, colidem perpendicularmente em um cruzamento. Após o choque se enroscam e seguem juntos numa direção de  $30^\circ$  com a direção inicial do carro A com uma velocidade de módulo de  $v = 10$  m/s. Os módulos das velocidades, em m/s, dos carros A e B, respectivamente, antes do choque, são:



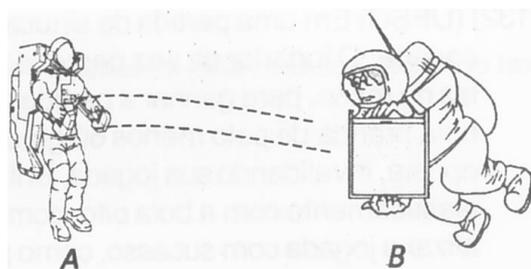
- (a) 12,5 e  $\frac{25}{3}\sqrt{3}$
- (b)  $\frac{25}{3}\sqrt{3}$  e 12,5
- (c)  $\sqrt[5]{3}$  e 5
- (d) 5 e  $\sqrt[5]{3}$
- (e) 5 e 5

4. (FUVEST) Um objeto A, de massa  $M = 4,0 \text{ kg}$  é largado da janela de um edifício, de uma altura  $H_0 = 45 \text{ m}$ . Procurando diminuir o impacto de A com o chão, um objeto B, de mesma massa, é lançado um pouco depois, a partir do chão, verticalmente, com a velocidade inicial  $V_{0B}$ . Os dois objetos colidem, a uma altura de 25 m, com velocidades tais que  $|V_A| = |V_B|$ . Com o impacto, grudam-se, ambos, um no outro, formando um só corpo AB, de massa  $2M$ , que cai atingindo o chão.



- (a) Determine a energia mecânica, em joules, dissipada na colisão.
  - (b) Determine a energia cinética  $E_c$ , em joules, imediatamente antes de AB atingir o chão.
  - (c) Construa o gráfico dos módulos das velocidades em função do tempo para A, B e AB, considerando que  $V_{0B} = 30 \text{ m/s}$ . Identifique, respectivamente, com as letras A, B e AB, os gráficos correspondentes.
5. (UFSC) Dois astronautas, A e B, encontram-se livres na parte externa de uma estação espacial,

sendo desprezíveis as forças de atração gravitacional sobre eles. Os astronautas com seus trajes espaciais têm massas  $m_A = 100 \text{ kg}$  e  $m_B = 90 \text{ kg}$ , além de um tanque de oxigênio transportado pelo astronauta A, com massa de 10 kg. Ambos estão em repouso em relação à estação espacial, quando o astronauta A lança o tanque de oxigênio para o astronauta B com uma velocidade de 5,0 m/s. O tanque choca-se com o astronauta B que o agarra, mantendo-se junto a si, enquanto se afasta.



Considerando como referencial a estação espacial, assinale a(s) proposição(ões) **correta(s)**:

- 01. Considerando que a resultante das forças externas é nula, podemos afirmar que a quantidade de movimento total do sistema, constituído pelos dois astronautas e o tanque, se conserva.
  - 02. Como é válida a terceira lei de Newton, o astronauta A, imediatamente após lançar o tanque para o astronauta B, afasta-se com velocidade igual a 5,0 m/s.
  - 04. Antes de o tanque ter sido lançado, a quantidade de movimento total do sistema constituído pelos dois astronautas e o tanque era nula.
  - 08. Após o tanque ter sido lançado, a quantidade de movimento do sistema constituído pelos dois astronautas e o tanque permanece nula.
  - 16. Imediatamente após agarrar o tanque, o astronauta B passa a deslocar-se com velocidade de módulo igual a 0,5 m/s.
6. (UFPB) Num laboratório de física, um estudante fez uma série de medições que constavam do roteiro de uma experiência. A partir destas medidas, ele fez vários cálculos para determinar os valores numéricos de algumas grandezas físicas, cujos resultados foram: 60 N·m, 30 kg·m/s e 20 N·m/s correspondendo, respectivamente, às grandezas:
- (a) potência, força e impulso
  - (b) energia, força e impulso
  - (c) energia, impulso e potência
  - (d) potência, força e energia
  - (e) energia, potência e impulso.

7. (ITA) Um martelo de bate-estacas funciona levantando um corpo de pequenas dimensões com massa de 70,0 kg acima do topo de uma estaca de massa de 30,0 kg. Quando a altura do corpo acima da estaca é de 2,00 m, ela afunda 0,50 m no solo. Supondo uma aceleração da gravidade de  $10,0 \text{ m/s}^2$  e considerando o choque inelástico, determine a força média de resistência à penetração da estaca.

8. (UFPB) Uma criança de 30 kg brinca de escorregar numa rampa de 2 m de altura. A criança, inicialmente em repouso, escorrega do topo da rampa e chega à base desta com uma velocidade de 4,0 m/s.

**PARTE 1**

(a) A energia potencial foi transformada totalmente em energia cinética.

(b) Houve perda de energia mecânica devido ao atrito.

(c) Não houve perda de energia mecânica porque a velocidade aumentou.

(d) Não há atrito porque a energia mecânica se conservou.

(e) A energia mecânica não se conservou porque a velocidade é maior.

**PARTE 2**

Com base nos dados do texto, pode-se concluir que o impulso aplicado ao garoto pela força resultante foi:

- (a) 240 kg·m/s
- (b) 120 kg·m/s
- (c) 60 kg·m/s
- (d) 30 kg·m/s
- (e) 15 kg·m/s

9. (UEL) Dois patinadores, na superfície congelada de um lago, se empurram a partir do repouso. A interação entre eles dura 2,0 s e faz com que a distância entre eles aumente à razão de 6,0 m/s após se soltarem. A massa do patinador  $p_1$  é 60 kg e a de  $p_2$  é 30 kg. Durante a fase de interação dos patinadores, a força média exercida por  $p_1$  em  $p_2$  tem módulo, em newtons, igual a:

- (a) 60
- (b) 90
- (c) 1200
- (d) 180
- (e) 240

10. (UFRGS) Uma bola B, feita de material facilmente deformável (como argila, massa de modelar etc.), encontra-se em repouso sobre uma superfície livre de atrito. Outra bola A, do mesmo material, está presa a um eixo fixo por meio de uma corda de comprimento  $l$ . A bola A é abandonada na posição horizontal indicada na figura e vem a colidir frontalmente com B. Após o impacto, as bolas ficam presas uma à outra e deslocam-se juntas.



Seja  $g$  a aceleração da gravidade. Considere ainda que as duas bolas têm a mesma massa  $m$  e que  $l$  é muito maior do que o diâmetro delas.

**PARTE 1**

Imediatamente antes do choque, a velocidade da bola A é:

- (a)  $\sqrt{2gl}$
- (b)  $\sqrt{gl}$
- (c)  $\sqrt{\frac{gl}{2}}$
- (d)  $\sqrt{\frac{gl}{3}}$
- (e)  $\sqrt{\frac{gl}{4}}$

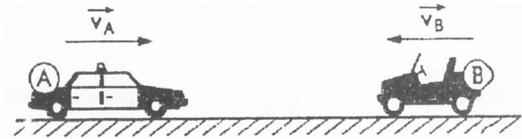
**PARTE 2**

Imediatamente após o choque de A em B, a velocidade das duas bolas, que agora se deslocam juntas, é

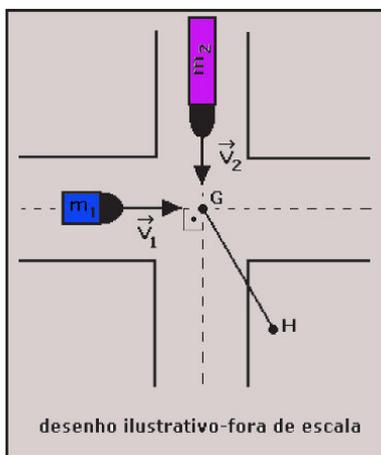
- (a)  $\sqrt{2gl}$
- (b)  $\sqrt{gl}$
- (c)  $\sqrt{\frac{gl}{2}}$
- (d)  $\sqrt{\frac{gl}{3}}$
- (e)  $\sqrt{\frac{gl}{4}}$

11. (UFSC) Dois carrinhos de brinquedo, A e B, de massas  $m_A = 0,08 \text{ kg}$  e  $m_B = 0,06 \text{ kg}$ , estão se movendo ao longo de um trilho reto e plano, com velocidade de módulos  $v_A = 12 \text{ m/s}$  e  $v_B = 9 \text{ m/s}$ , conforme a figura abaixo. Após o choque, com duração de 0,01 segundo, os carrinhos

passam a se mover juntos. Determine o módulo da força de interação entre eles, em newtons.



12. (ESPCEX) Dois caminhões de massa  $m_1 = 2000$  kg e  $m_2 = 4000$  kg, com velocidades  $v_1 = 30$  m/s e  $v_2 = 20$  m/s, respectivamente, e trajetórias perpendiculares entre si, colidem em um cruzamento no ponto G e passam a se movimentar unidos até o ponto H, conforme a figura abaixo. Considerando o choque perfeitamente inelástico, o módulo da velocidade dos veículos imediatamente após a colisão é:



- (a) 30 km/h  
 (b) 40 km/h  
 (c) 60 km/h  
 (d) 70 km/h  
 (e) 75 km/h
13. (UNICAMP) Beisebol é um esporte que envolve o arremesso, com a mão, de uma bola de 140 g de massa na direção de outro jogador que irá rebatê-la com um taco sólido. Considere que, em um arremesso, o módulo da velocidade da bola chegou a 162 km/h, imediatamente após deixar a mão do arremessador. Sabendo que o tempo de contato entre a bola e a mão do jogador foi de 0,07 s, o módulo da força média aplicada na bola foi de:
- (a) 324,0 N  
 (b) 90,0 N  
 (c) 6,3 N  
 (d) 11,3 N
14. (FGV) Em plena feira, enfurecida com a cantada que havia recebido, a mocinha, armada com um tomate de 120 g, lança-o em direção ao atrevido

feirante, atingindo-lhe a cabeça com velocidade de 6 m/s. Se o choque do tomate foi perfeitamente inelástico e a interação trocada pelo tomate e a cabeça do rapaz demorou 0,01 s, a intensidade da força média associada à interação foi de:

- (a) 20 N  
 (b) 36 N  
 (c) 48 N  
 (d) 72 N  
 (e) 94 N
15. (UNICAMP) Ao bater o tiro de meta, o goleiro chuta a bola parada de forma que ela alcance a maior distância possível. No chute, o pé do goleiro fica em contato com a bola durante 0,10 s, e a bola, de 0,50 kg, atinge o campo a uma distância de 40 m. Despreze a resistência do ar.

- (a) Qual o ângulo em que o goleiro deve chutar a bola?  
 (b) Qual a intensidade do vetor velocidade inicial da bola?  
 (c) Qual o impulso da força do pé do goleiro na bola?

16. (UEL) Uma partícula de massa 2,0 kg move-se com velocidade escalar de 3,0 m/s no instante em que recebe a ação de uma força  $F$ , de intensidade constante, que nela atua durante 2,0 s. A partícula passa, então, a se mover na direção perpendicular à inicial, com quantidade de movimento de módulo 8,0 kg·m/s. A intensidade da força  $F$ , em N, vale:

- (a) 3,0  
 (b) 5,0  
 (c) 6,0  
 (d) 8,0  
 (e) 10,0

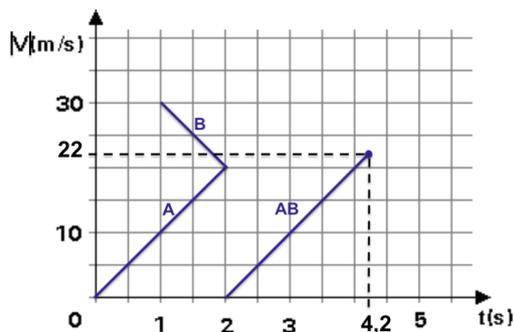
17. (VUNESP) Uma nave espacial de 1000 kg se movimenta, livre de quaisquer forças, com velocidade constante de 1 m/s, em relação a um referencial inercial. Necessitando pará-la, o centro de controle decidiu acionar um dos motores auxiliares, que fornecerá uma força constante de 200 N, na mesma direção, mas em sentido contrário ao do movimento. Esse motor deverá ser programado para funcionar durante:

- (a) 1 s  
 (b) 2 s  
 (c) 4 s  
 (d) 5 s  
 (e) 10 s

18. (UNESP) Em um teste de colisão, um automóvel de 1500 kg colide frontalmente com uma parede de tijolos. A velocidade do automóvel anterior ao impacto era de 15 m/s. Imediatamente após o impacto, o veículo é jogado no sentido contrário ao do movimento inicial com velocidade de 3 m/s. Se a colisão teve duração de 0,15 s, a força média exercida sobre o automóvel durante a colisão foi de:
- (a) 5.000 N  
 (b) 10.000 N  
 (c) 30.000 N  
 (d) 150.000 N  
 (e) 180.000 N
11. 72 N.  
 12. Item (c): 60 km/h.  
 13. Item (b): 90,0 N.  
 14. Item (d): 72 N.  
 15. (a)  $45^\circ$ . (b)  $v_0 = 20$  m/s. (c) 100 N·s.  
 16. Item (b): 5,0 N.  
 17. Item (d): 5 s.  
 18. Item (e): 180.000 N.

## 6 Gabarito

- Item (a): maior em I. O impulso é máximo nesta situação ( $2mv_0$ ).
- Item (c): se manterá constante em 2 m/s, pois o sistema não é isolado. Observe que existe a aplicação de uma força externa no esquema II.
- Item (b):  $\frac{25}{3}\sqrt{3}$  e 12,5.
- (a) 1600 J (b) 2000 J (c)



- Soma dos itens corretos: 29. Item 01: Correta. Item 02: Incorreta. Item 04: Correta. Item 08: Correta. Item 16: Correta.
- Item (c): energia, impulso e potência.
- 2960 N.
- PARTE 1:** Item (b): Houve perda de energia mecânica devido ao atrito. **PARTE 2:** Item (b): 120 kg·m/s.
- Item (a): 60 N.
- PARTE 1:** Item (a):  $\sqrt{2gl}$ . **PARTE 2:** Item (c):  $\sqrt{\frac{gl}{2}}$ .