
Física: Óptica

TÓPICO 13: Espelhos planos e esféricos

Nesta aula são apresentados os princípios básicos da óptica geométrica que explicam a formação de imagens em espelhos planos e esféricos. Para um bom desempenho nesta aula, é importante que o estudante esteja em dia com estudos sobre ondas.

1 Luz

Os conceitos da teoria eletromagnética clássica, que estabelecia a luz como uma onda transversal e progressiva, foi estabelecido pelo físico britânico James Clerk Maxwell. Entretanto, apenas o ultravioleta, luz visível, infravermelho e a micro-onda eram conhecidos na época de Maxwell. As demais partes do espectro eletromagnético vieram mais tarde com Heinrich Hertz, Wilhelm Röntgen e Paul Villard com a descoberta das ondas de rádio, raios-X e raios gama, respectivamente. A figura 1 ilustra o espectro com destaque ao espectro visível, conhecida também como *arco-íris de Maxwell*. O espectro eletromagnético possui natureza **policromática**, *i.e.*, possui ondas com mais de uma frequência. Quando um feixe possui apenas um comprimento de onda, é chamado de **monocromático**. Um exemplo comum de feixe monocromático é a luz emitida por um LED. Se este dispositivo emite apenas o vermelho, o feixe é monocromático e possui comprimento de onda igual a 700 nm. A luz visível de uma lâmpada fluorescente possui todas as cores e é chamada de **luz branca**.

Para esboçar um feixe de luz visível, vamos utilizar retas orientadas que representam a direção de propagação do luz. Iremos chamá-las de *raios de luz*. Eles não têm existência real, são apenas um conceito geométrico para facilitar os estudos da óptica. Os raios podem ter comportamento convergente, divergente ou paralelo, como mostra a figura 2. Na convergência, os raios apontam para um ponto em comum; na divergência, os raios se afastam deste ponto.

Os raios de luz são emitidos por fontes, que podem ser classificadas como primárias ou secundárias. As fontes primárias emitem a própria luz como, por exemplo, o Sol, lâmpadas, fogo, etc. As fontes secundárias são aquelas que refletem a luz emitida por uma primária como, por exemplo, espelhos, paredes, núvens, pessoas, etc. A luz refletida por um corpo representa a sua cor. A luz emitida por fontes primárias pode ser gerada por processos **termoluminescentes**, **incandescentes** e **luminescentes**. Os processos **termoluminescentes** ocorrem apenas com materiais que não são bons condutores de eletricidade. Eles emitem luz quando são estimulados por alguma radiação externa e, posteriormente, aquecidos em temperaturas relativamente baixas. Alguns exemplos incluem o diamante, quartzo (um tipo de vidro) e a fluorita. A **incandescência** pode ocorrer com qualquer material, sempre que aquecido em uma temperatura relativamente alta como, por exemplo, em valores próximos do ponto de fusão. Um exemplo é a lâmpada incandescente, onde o fio de tungstênio é aquecido, por efeito Joule, em temperaturas próximas de 3000°C. A emissão de luz por **luminescência** ocorre quando um material é estimulado por alguma radiação ou reação química. É o fenômeno por trás de relógios e lâmpadas fluorescentes.

Os feixes luminosos podem percorrer um meio **isotrópico** ou **anisotrópico**. Um meio **isotrópico** é aquele em que suas propriedades físicas são as mesmas em todas as direções, ao contrário de um meio **anisotrópico**. Um meio **isotrópico** garante que a velocidade de um feixe luminoso seja independente da direção. O meio pode ser também **homogêneo** ou **heterogêneo**. Um meio **homogêneo** é aquele que apresenta as mesmas propriedades físicas em todos os elementos de volume que o compõe. O vácuo é um exemplo de meio **homogêneo** e **isotrópico**. Se uma folha de papel, por exemplo, é mais fácil de rasgar numa direção e mais difícil na outra, é um meio **anisotrópico** e **homogêneo**. Os meios podem ser gasosos, líquidos ou sólidos, e,

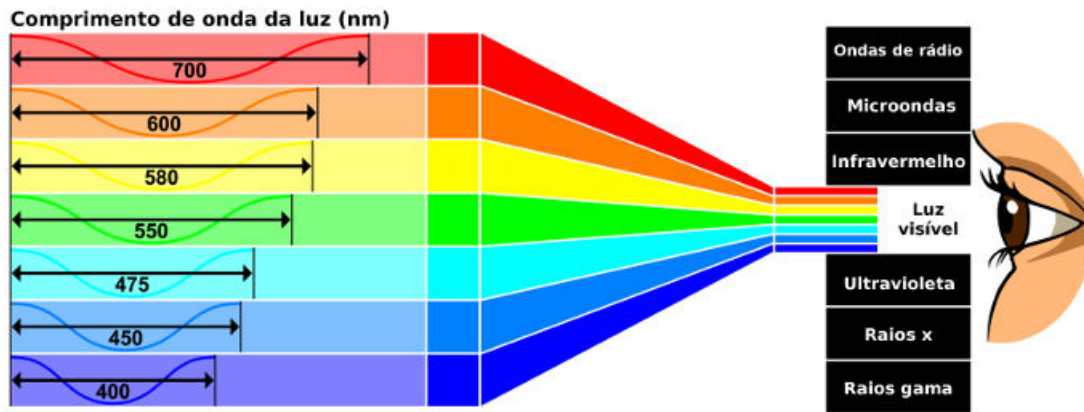


Figura 1: Espectro visível (Figura retirada de R. Helerbrock, Brasil Escola: Luz 2020).

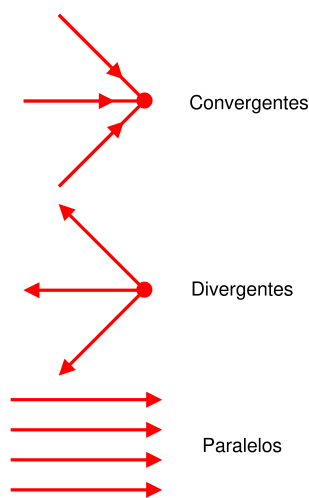


Figura 2: Comportamento geométrico dos raios de luz.

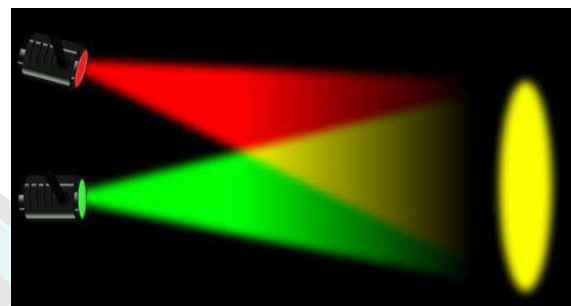


Figura 3: Sobreposição de dois feixes de luz sobre uma superfície demonstrando o princípio da independência dos raios luminosos (Figura retirada de Silva e Júnior, 2017).

em qualquer dessas situações, podem ser **transparentes**, **translúcidos** ou **opacos**. Os meios **transparentes** permitem a passagem de luz de forma regular e, por consequência, a visão nítida de objetos através deles. Exemplos conhecidos incluem o vidro, ar, vácuo e películas de água. Como o vácuo é **isotrópico**, **homogêneo** e **transparente**, é chamado também de meio **ordinário** ou **refringente**. Os meios **translúcidos** não permitem a passagem de luz de forma regular (vidro fosco, papel manteiga e núvens). Os meios **opacos** não permitem a passagem de luz. Eles refletem ou absorvem o feixe, como a madeira, papelão, metais, rochas etc.

2 Princípios da Óptica

Quando dois raios se cruzam, continuam suas trajetórias de forma independente, *i.e.*, um raio não interfere no outro, continuando a propagação individual em linha reta. Essa afirmação é conhecida como *princípio da independência dos raios luminosos* e embora não haja deflexão dos feixes, ocorre a

sobreposição deles. A sobreposição significa que naquela região do espaço existem duas ondas simultaneamente. Quando olhamos (ou fazemos medidas), obtemos valores das duas ondas. Por exemplo, a sobreposição de um feixe vermelho e outro verde nos dá a impressão de vermos um feixe de cor amarela.

Um outro princípio importante na Óptica é o *princípio da reversibilidade dos raios luminosos* que estabelece que a trajetória descrita pela luz não depende do sentido de propagação, como mostra a figura 4. Após o cientista Albert Einstein enviar um feixe de luz com uma fonte primária (uma lanterna, por exemplo), o feixe é refletido por mais dois espelhos até chegar no cientista Isaac Newton. A trajetória descrita pelo feixe é a mesma que seria seguida por um feixe enviado por Newton para Einstein. Em todos esses casos é considerado um meio isotrópico e transparente, o que permite que a luz se propague em linha reta. Esse princípio é conhecido como *princípio da propagação retilínea dos raios luminosos*.

Uma das aplicações do princípio da propagação retilínea dos raios luminosos é a *Câmara Pinhole* (literalmente, Câmara Furo de Alfinete). O aparato, ilustrado na figura 5, é formado por uma caixa de

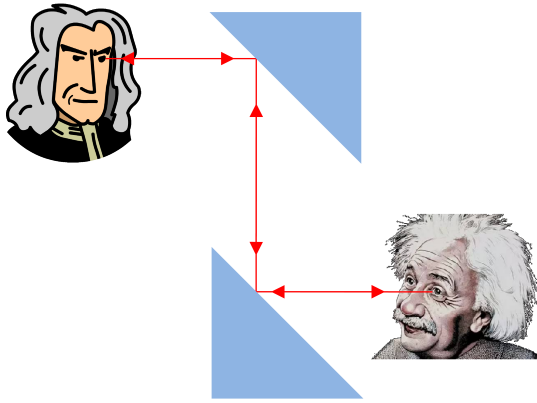


Figura 4: Princípio da reversibilidade dos raios luminosos (Figura produzida com recursos de PNG Wave 2020 e PNG Fuel 2020a).

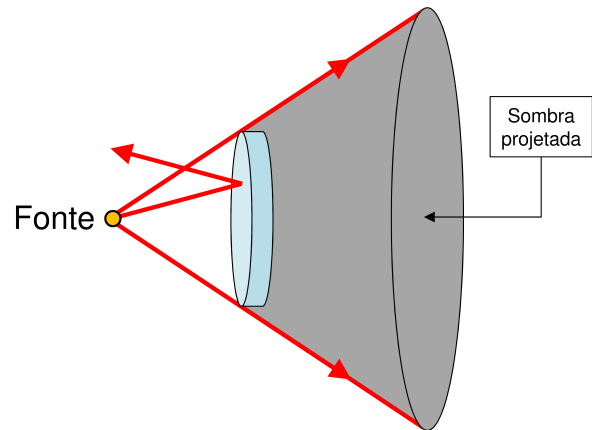


Figura 6: Formação de sombra por uma fonte luminosa pontual.

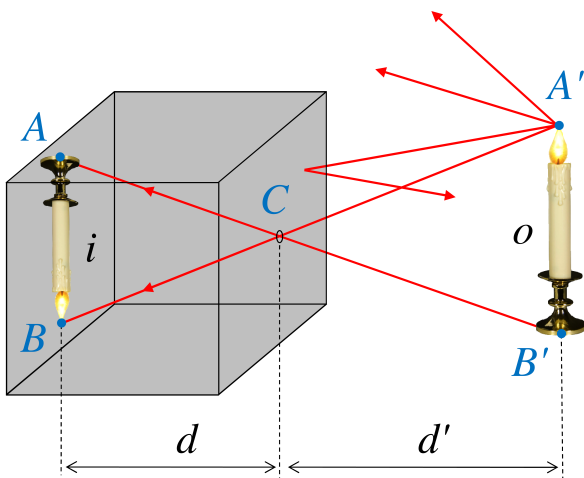


Figura 5: Câmera Pinhole. Repare que a chama é uma fonte primária enquanto a base do castiçal é uma fonte secundária de luz (Figura produzida com recursos de PNG Fuel 2020b).

paredes opacas com um pequeno furo (ponto C) em uma das faces, por onde entra a luz de uma fonte primária ou secundária. Considere uma vela de tamanho o e posicionada uma distância d' da face que possui o furo. A chama emite raios luminosos em todas direções, com alguns refletindo na parede da caixa e outros passando pelo furo. Os raios que passam pelo orifício são projetados no fundo da câmara. O mesmo efeito ocorre com os raios luminosos emitidos pela base do castiçal. Com a natureza retilínea da luz, a imagem i projetada no fundo da câmara torna-se invertida. Este aparato representa o princípio de funcionamento de uma câmera fotográfica, pois é possível imprimir a imagem gerada no fundo da câmara com a colocação de algum papel fotográfico.

A partir da semelhança entre os triângulo ABC e $A'B'C$, obtemos a equação:

$$\frac{o}{i} = \frac{d'}{d} \quad (1)$$

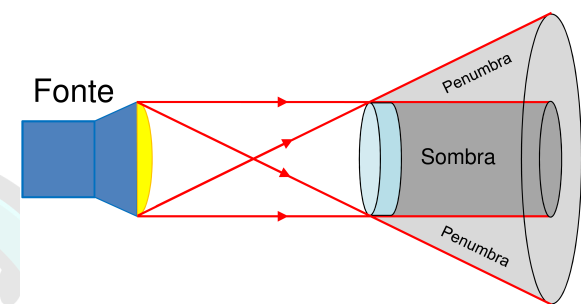


Figura 7: Formação de sombra e penumbra por uma fonte extensa.

em que i é a altura da imagem projetada no fundo da câmara e d a distância do furo até o fundo da câmara (comprimento da câmara).

O mesmo princípio pode ser utilizado para o estudo da sombra e a penumbra. Ao posicionarmos um objeto opaco entre uma superfície e uma fonte luminosa, não haverá projeção de luz sobre parte desta superfície, resultando na produção de uma **sombra**. Quando a superfície é parcialmente iluminada, essa região é chamada de **penumbra**. As figuras 6 e 7 mostram a formação da sombra e penumbra por fontes pontuais e extensas. Para fontes extensas, algumas regiões são iluminadas parcialmente pelos raios luminosos diagonais, dando origem à penumbra. Esse efeito é fundamental para explicar os eclipses, tanto solar quanto lunar.

A figura 8 ilustra o alinhamento entre o Sol, a Terra e a Lua. Quando isso ocorre, os raios solares projetam a sombra da Terra sobre a Lua, fazendo com que os observadores da Terra não consigam ver a Lua enquanto existir o alinhamento. Este fenômeno recebe o nome de eclipse lunar. Neste caso, apenas a sombra possui efeito sobre o eclipse, embora também exista a penumbra.

A figura 9 ilustra o alinhamento entre o Sol, a Lua e

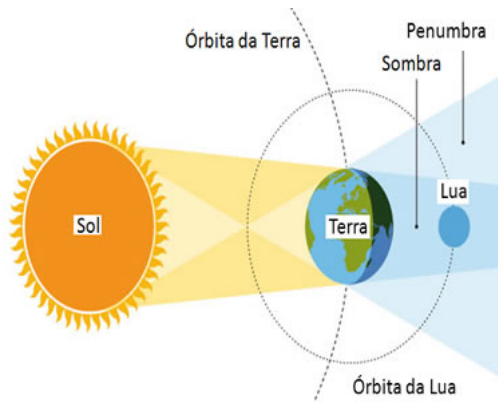


Figura 8: Eclipse lunar (Figura retirada de N. A. Ferreira, Brasil Escola: Formação da Sombra e da Penumbra 2020).

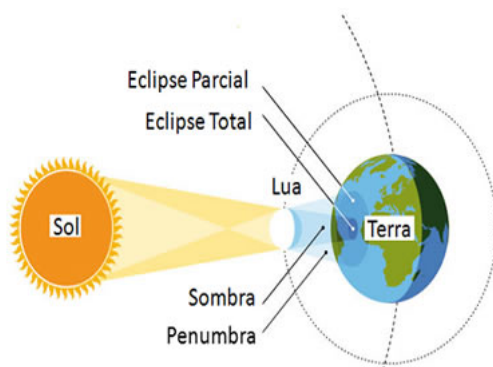


Figura 9: Eclipse solar (Figura retirada de N. A. Ferreira, Brasil Escola: Formação da Sombra e da Penumbra 2020).

a Terra. Quando isso ocorre, a sombra e a penumbra da Lua são projetadas sobre a Terra, dando origem ao eclipse solar total e parcial, respectivamente. O eclipse será total aos observadores que estiverem na região de sombra e parcial aos observadores que estiverem na região de penumbra.

Exercício 1

(UEL) Uma câmara escura de orifício tem 20 cm de comprimento e o anteparo onde se projeta a imagem tem 15 cm de altura. A distância mínima dessa câmara a uma árvore de 9 m de altura para que ela apareça por inteiro no anteparo é de:

- (a) 6 m
- (b) 9 m
- (c) 12 m
- (d) 15 m
- (e) 18 m

RESOLUÇÃO: A distância da árvore até a câ-

mara é representada por d' na equação 1, com $i = 15$ cm, $d = 20$ cm e $o = 9$ m. Logo:

$$d' = d \left(\frac{o}{i} \right) = 20 \left(\frac{9}{15} \right) = 12 \text{ m}$$

sendo o item (c) a alternativa correta.

Exercício 2

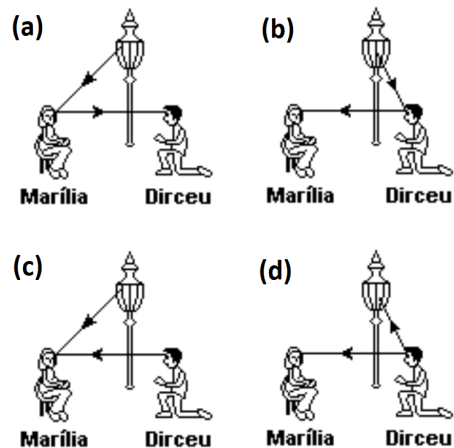
(FURG) Na manhã do dia 3 de novembro de 1994, uma grande sombra em forma de círculo, com 200 km de diâmetro, cobriu uma parte da região sul do Brasil. Em torno desse círculo de sombra, formou-se um gigantesco anel de penumbra, estendendo-se até o norte do país. A formação dessas regiões de sombra e penumbra, que correspondem respectivamente aos eclipses total e parcial do sol, deve-se principalmente à:

- (a) propagação retilínea da luz
- (b) difração da luz do sol em torno da lua
- (c) independência dos raios luminosos
- (d) reflexão e refração da luz do sol
- (e) interferência luminosa

RESOLUÇÃO: Conforme apresentado na descrição do eclipse solar, este efeito é causado pelo princípio da propagação retilínea da luz. Portanto, o item (a) é a alternativa correta.

Exercício 3

(UFMG) Marília e Dirceu estão em uma praça iluminada por uma única lâmpada. Assinale a alternativa em que estão **CORRETAMENTE** representados os feixes de luz que permitem o Dirceu ver Marília.



RESOLUÇÃO: Marília é uma fonte secundária

de luz, pois reflete a luz de uma fonte primária (lâmpada) até chegar aos olhos de Dirceu. Desta forma, a alternativa correta é o item (a).

Problema 1

(UFSC) Leia com atenção os versos a seguir, de “Chão de Estrelas”, a mais importante criação poética de Orestes Barbosa que, com Sílvio Caldas, compôs uma das mais belas obras da música popular brasileira:

*A porta do barraco era sem trinco
Mas a Lua, furando o nosso zinco,
Salpicava de estrelas nosso chão...
Tu pisavas nos astros distraída
Sem saber que a ventura desta vida
É a cabrocha, o luar e o violão...*

O cenário imaginado, descrito poeticamente, indica que o barraco era coberto de folhas de zinco, apresentando furos e, assim, a luz da Lua atingia o chão do barraco, projetando pontos ou pequenas porções iluminadas - as “estrelas” que a Lua “salpicava” no chão.

Considerando o cenário descrito pelos versos, assinale a(s) proposição(ões) **correta(s)** que apresenta(m) explicação(ções) física(s) possível(is) para o fenômeno:

- 01.** A Lua poderia ser, ao mesmo tempo, fonte luminosa e objeto cuja imagem seria projetada no chão do barraco.
- 02.** O barraco, com o seu telhado de zinco furado, se estivesse na penumbra ou completamente no escuro, poderia comportar-se como uma câmara escura múltipla, e através de cada furo produzir-se-ia uma imagem da Lua no chão.
- 04.** A propagação retilínea da luz não explica as imagens luminosas no chão porque elas somente ocorreriam em consequência da difração da luz.
- 08.** Os furos da cobertura de zinco deveriam ser muito grandes, permitindo que a luz da Lua iluminasse todo o chão do barraco.
- 16.** Quanto menor fosse a largura dos furos no telhado, maior seria a nitidez das imagens luminosas no chão do barraco.
- 32.** Para que as imagens da Lua no chão fossem

visíveis, o barraco deveria ser bem iluminado - com lâmpadas, necessariamente.

RESOLUÇÃO:

01. Correta. A Lua é uma secundária, pois reflete a luz do Sol na Terra, cuja imagem pode ser projetada no chão do barraco.

02. Correta. Se o interior do barraco estiver no escuro ou na penumbra, cada orifício funcionaria de forma idêntica à uma câmara escura de orifício, com a imagem da Lua projetada no solo.

04. Incorreta. A formação das imagens no chão do barraco é descrito pelo princípio da propagação retilínea da luz.

08. Incorreta. O princípio da propagação retilínea e a projeção diagonal dos raios de luz permitem a iluminação do chão do barraco, mesmo com orifícios pequenos.

16. Incorreta. Quando menor o furo, maior será a difração da luz, e quanto maior a difração, menor será a nitidez. Em fotografia, por exemplo, a difração é o fenômeno responsável por dar um aspecto estrelado para fontes de luz (lâmpadas, Sol etc.) em imagens. O presença deste efeito indica a baixa nitidez da imagem.

32. Incorreta. Se o chão fosse iluminado, não seria possível observar os raios luminosos da Lua. Este procedimento é muito importante para a astronomia, pois a observação de planetas, Luas e estrelas só é possível em locais com pouca ou nenhuma iluminação local. Se você olhar para o céu na cidade e na praia, durante a noite, perceberá que na praia (longe de lâmpadas) é possível visualizar detalhes impossíveis de observar na cidade, devido a iluminação local.

Portanto, a soma dos itens correta é 3.

3 Espelho plano

Quando assistimos um filme no cinema, podemos sentar em qualquer poltrona, pois é possível ver a imagem de qualquer lugar. Isso acontece porque as imagens são projetadas sobre uma tela que reflete os raios para todas as direções. A reflexão que permite os raios serem refletidos para todas as direções é chamada de **reflexão difusa**. Superfícies que não são polidas, como a tela do cinema, produzem este tipo de reflexão, con-

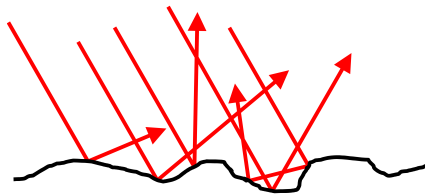


Figura 10: Reflexão difusa (ou irregular).



Figura 11: Reflexão especular (ou regular).

forme mostra a figura 10. Superfícies polidas, como um espelho, criam a **reflexão especular**, também chamada de **reflexão regular**, como mostra a figura 11. Esses processos de reflexão, ilustrados na figura 12, são descritos pelas seguintes leis:

1ª lei: O raio incidente R , o raio refletido R' e o eixo normal à superfície N estão no mesmo plano (coplanares).

2ª lei: O ângulo de incidência i é igual ao ângulo de reflexão r .

Em uma superfície polida, o eixo normal N possui apenas uma direção ao longo de toda a superfície. Na superfície irregular, onde existe a reflexão difusa, o eixo normal possui diversas direções.

As leis de reflexão permitem investigar a formação de imagens em um espelho plano, como mostra a figura 13. Considere um objeto pontual P na frente de uma superfície polida que tem sua imagem P' construída graficamente de acordo com as seguintes etapas:

ETAPA 1: Trace dois raios luminosos que atingem o espelho e são refletidos de acordo com as leis de reflexão. Os raios refletidos definem o campo visual do observador pelo espelho MN .

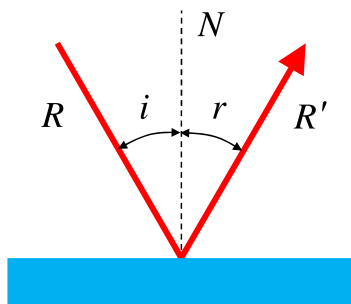


Figura 12: Leis de reflexão da luz.

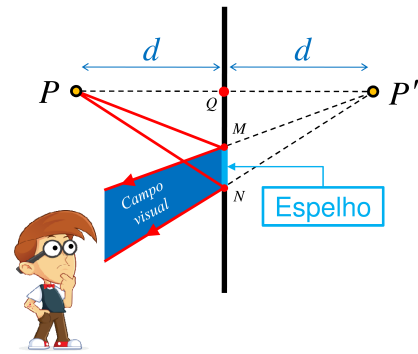


Figura 13: Formação de imagens em um espelho plano (Figura produzida com recursos de PNG Fuel 2020c).

ETAPA 2: Faça o prolongamento dos raios refletidos até a imagem P' que está virtualmente localizada uma distância d para dentro do espelho, mesma distância do objeto P até o espelho. Isso nos dá a impressão de que o objeto está atrás do espelho.

ETAPA 3: Faça a ligação do objeto P com sua imagem virtual P' para construção dos triângulos PQN e $P'QN$. Essas figura permitem observar o objeto e a imagem são simétricos em relação ao espelho.

Com a definição de simetria em espelhos, podemos analisar a formação da imagem para um objeto extenso. Considerando que um corpo extenso é formado por vários objetos pontuais, a imagem gerada é virtual, possui o mesmo tamanho e é direita (possui o mesmo sentido vertical do objeto), como mostra a figura 14. O resultado é uma imagem **enantiomorfa**, *i.e.*, que é caracterizada por uma inversão na imagem (*Homer-linha*) que impede a sobreposição com o objeto (*Homer*). A imagem formada em uma fotografia, por exemplo, permite a sobreposição com o objeto, ao da imagem obtida no espelho.

Os efeitos apresentados até o momento consideram o espelho em repouso; entretanto, podem sofrer translação e/ou rotação. Na translação, como mostra a figura 15, o espelho é deslocado por uma distância d para longe do objeto P , da posição 1 para a posição 2. Em resposta, a imagem P' sofre um deslocamento $2d$. Durante o movimento do espelho, ao assumir uma velocidade constante v , a imagem adquire velocidade constante $2v$.

Na rotação, como mostra a figura 16, o feixe refletido R' é rotacionado 2α quando o espelho sofre uma rotação α . Após a inclinação do espelho, a soma dos ângulos de incidência e reflexão vale $\theta + 2\alpha$, em que θ é a soma dos ângulos antes da inclinação.

Em um espelho, existe de formação de apenas uma imagem; entretanto, quando dois espelhos formam um ângulo α entre si, existe a possibilidade de existir

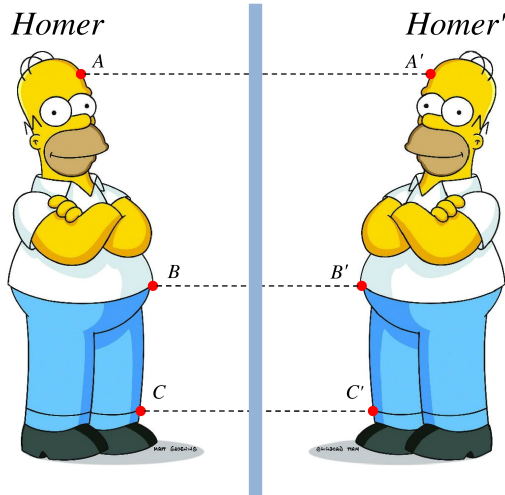


Figura 14: Formação da imagem de um corpo extenso em um espelho plano. Os pontos A e A' , B e B' , C e C' são equidistantes em relação ao espelho, indicando a simetria entre o objeto “Homer” e a imagem virtual “Homer-linha” (Créditos na figura).

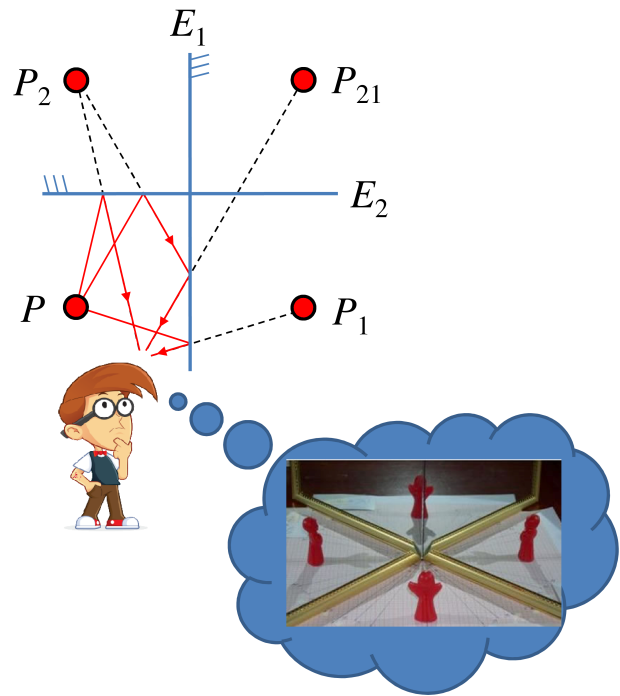


Figura 17: Formação de múltiplas imagens com dois espelhos. Os três riscos em cada espelho é uma marcação para orientar o leitor sobre qual lado é a face refletiva (Figura produzida com recursos de PNG Fuel 2020c e D. C. M. Silva, Brasil Escola: Imagens de um objeto entre dois espelhos planos 2020).

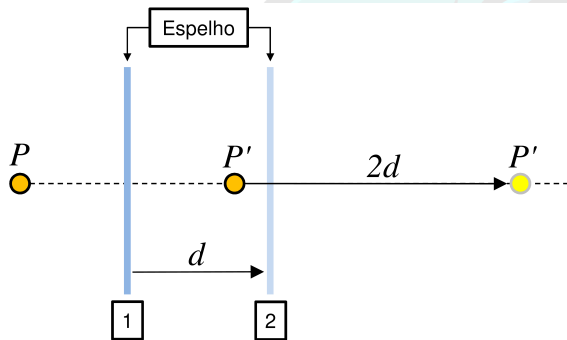


Figura 15: Translação de espelhos planos.

mais de uma imagem virtual. Observe a figura 17 onde dois espelhos E_1 e E_2 formam 90° entre si. Um objeto P é posicionado em um dos quadrantes e pelas leis da reflexão é possível visualizar a formação das imagens P_1 e P_2 que são formadas, respectivamente, pelos espelhos E_1 e E_2 . Além delas, o conjunto também projeta a imagem P_{21} , que é formada pela reflexão da imagem P_2 sobre E_1 . Para calcular a quantidade de imagens formadas para um ângulo α qualquer entre os espelhos, temos a seguinte equação:

$$n = \frac{360^\circ}{\alpha} - 1 \quad (2)$$

em que n representa o número de imagens. Para o exemplo da figura 16, $\alpha = 90^\circ$, logo $n = (360^\circ/90^\circ) - 1 = 3$ imagens. Se $\alpha = 0$, teremos infinitas imagens, resultando no experimento do “espelho infinito”.

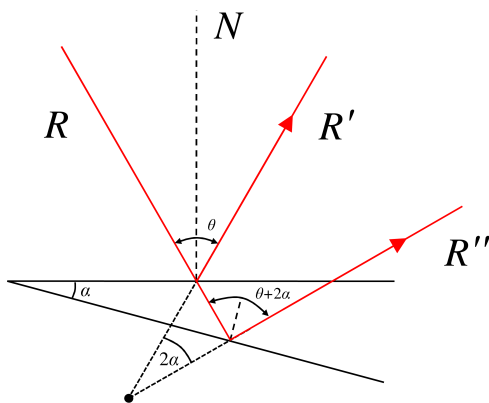


Figura 16: Rotação de espelhos planos.

Exercício 4

(USC) Um diretor de cinema deseja obter uma cena com 30 cavalos. Para tanto, ele dispõe de 5 cavalos e dois espelhos planos. Para a obtenção de tal cena, os espelhos planos devem ser dispostos formando entre si um ângulo igual a:

- (a) 12°
- (b) 60°
- (c) 45°
- (d) $22,5^\circ$
- (e) 90°

RESOLUÇÃO: Como o diretor precisa de 30 cavalos, deve produzir 25 imagens, considerando que ele já possui 5 cavalos, de modo que cada cavalo deve produzir 5 imagens. Com isso, $n = 5$ na equação 2:

$$n = \left(\frac{360^\circ}{\alpha} \right) - 1$$

$$\alpha = \frac{360^\circ}{n + 1} = \frac{360^\circ}{5 + 1} = \frac{360^\circ}{6} = 60^\circ$$

mostrando que a alternativa correta é o item (b).

Exercício 5

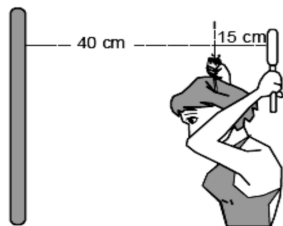
(UEL) Um objeto está 3,0 m na frente de um espelho plano, paralelo a ele. A razão entre o tamanho do objeto e o da imagem conjugada pelo espelho vale:

- (a) 6
- (b) 3
- (c) 1
- (d) $1/3$
- (e) $1/6$

RESOLUÇÃO: Não existe aumento ou redução da imagem conjugada pelo espelho plano. Logo, a razão entre os tamanhos do objeto e da imagem é 1 e a alternativa correta é o item (c). **Imagem conjugada é a imagem proveniente de um objeto real ou virtual.**

Problema 2

(UERJ) Uma garota para observar seu penteado, coloca-se em frente a um espelho plano de parede, situado a 40 cm de uma flor presa na parte de trás dos seus cabelos.

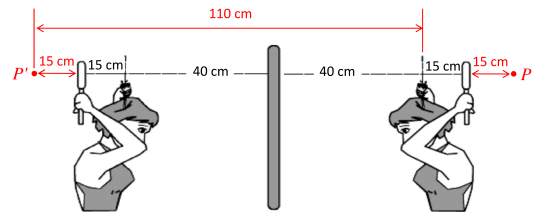


Buscando uma visão melhor do arranjo da flor no cabelo, ela segura, com uma das mãos, um

pequeno espelho plano atrás da cabeça, a 15 cm da flor. A menor distância entre a flor e sua imagem, vista pela garota no espelho de parede, está próxima de:

- (a) 55 cm
- (b) 70 cm
- (c) 95 cm
- (d) 110 cm

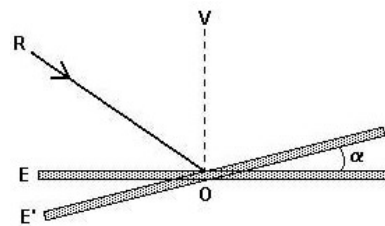
RESOLUÇÃO:



Representa a flor como o ponto P na figura abaixo, ela está 70 cm do espelho. Entretanto, a garota visualiza a imagem da flor, representada por P' , que está aproximadamente 110 cm dos olhos dela. Portanto, a alternativa correta é o item (d).

Problema 3

(UFRGS) A figura abaixo representa um raio luminoso R incidindo obliquamente sobre um espelho plano que se encontra na posição horizontal E . No ponto de incidência O , foi traçada a vertical V . Gira-se, então, o espelho de um ângulo α (em torno de um eixo que passa pelo ponto O) para a posição E' , conforme indica a figura.



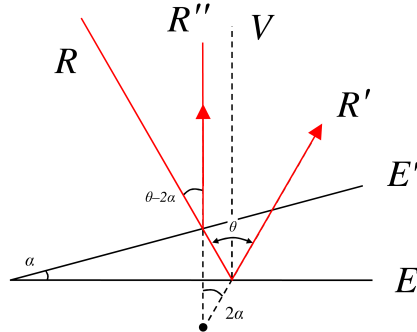
Não sendo alterada a direção do raio luminoso incidente R com respeito à vertical V , pode-se afirmar que a direção do raio refletido:

- (a) também não será alterada, com respeito à vertical V .
- (b) será girada de um ângulo α , aproximando-se da vertical V .
- (c) será girada de um ângulo 2α , aproximando-se da vertical V .

(d) será girada de um ângulo α , afastando-se da vertical V .

(e) será girada de um ângulo 2α , afastando-se da vertical V .

RESOLUÇÃO:



Este problema é similar ao exemplo da figura 15. A única diferença é que, neste caso, a rotação do espelho é no sentido antihorário. Independente do sentido de rotação, a diferença angular entre os feixes R' e R'' é sempre o dobro (2α) da rotação efetuada pelo espelho (α).

Neste caso é possível observar que o feixe R'' , refletido pelo espelho na posição E' , se aproxima da direção da vertical V . Com isso, a alternativa correta é o item (c).

4 Espelho esférico

Um espelho esférico é toda calota polida que possui, ao menos, uma superfície refletora. Nesse modelo, o espelho pode ser **côncavo** ou **convexo**. Veja a figura 18. Espelhos côncavos possuem a parte interna refletora, enquanto os convexas possuem a parte externa. Os elementos geométricos dos espelhos esféricos, como **vértice**, **centro de curvatura**, **raio de curvatura** e o **foco**, são fundamentais para o estudo da óptica geométrica. O vértice V é a região central do espelho. Sobre este ponto está o eixo de simetria ou eixo principal do espelho. *Todo raio que incidir no vértice de um espelho esférico, será refletido com o mesmo ângulo de incidência ($r = i$).* A figura 18(b) mostra o feixe 1 incidindo sobre o vértice de um espelho convexo. O centro de curvatura C está localizado no centro da calota esférica e sua distância até o vértice V é igual ao raio de curvatura R da calota. *Todo raio que incidir no centro de curvatura, será refletido sobre si mesmo, de modo que o raio incidido e refletido percorram o mesmo caminho óptico.* A figura 18(b) ilustra o feixe 2 incidindo sobre o centro de curvatura de um espelho côncavo. O foco f

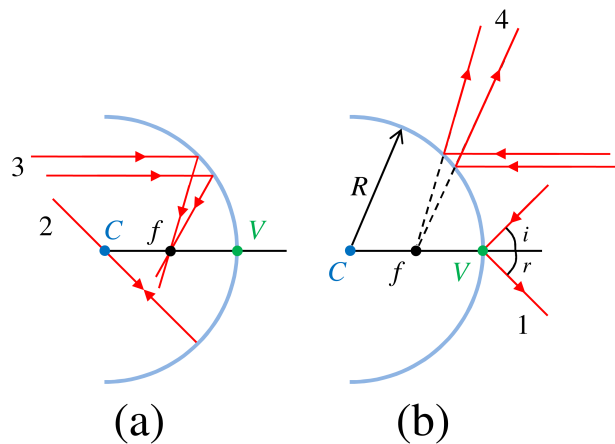


Figura 18: Espelho (a) côncavo e (b) convexo. A distância do vértice V até o foco f é chamada de distância focal e vale $R/2$.

é o ponto onde raios paralelos convergem após serem refletidos por um espelho côncavo, conforme mostra o par de feixes 3 da figura 18(a). Sua localização é medida pela **distância focal**, que vale $R/2$ a partir do vértice. Para espelhos convexas, os raios paralelos divergem após a reflexão, de modo que o prolongamento desses raios se cruzam no foco f que está localizado atrás da superfície refletora, como mostra o par de feixes 4 da figura 18(b). O foco de um espelho côncavo é **real**, enquanto o foco do espelho convexo é **virtual** (está dentro do espelho).

4.1 Obtenção geométrica de imagens

4.1.1 Espelho côncavo

A geração de imagens em espelhos côncavos envolve cinco situações. No primeiro caso, conforme mostra a figura 19, o objeto está posicionado entre o foco e o vértice. Dois raios foram traçados para visualização da imagem conjugada: (i) um raio paralelo ao eixo de simetria que reflete no espelho e, posteriormente, passa pelo foco e (ii) um raio que reflete no vértice. Como os raios são divergentes, os prolongamentos para dentro do espelho se cruzam e forma uma imagem ampliada do objeto. A imagem é, portanto, **virtual**, **direita** e **maior**.

No segundo caso, o objeto está posicionado exatamente sobre o foco, conforme mostra a figura 20. Neste caso, o espelho não conjuga a imagem, pois tanto os raios refletidos quanto os seus prolongamentos não se cruzam. A imagem é formada no infinito e é chamada de **imprópria**.

No terceiro caso, o objeto está posicionado entre o centro de curvatura e o foco, como mostra a figura 21. A construção da imagem foi realizada com (i) um raio paralelo ao eixo de simetria que reflete no espelho e, posteriormente, passa pelo foco (ii) outro

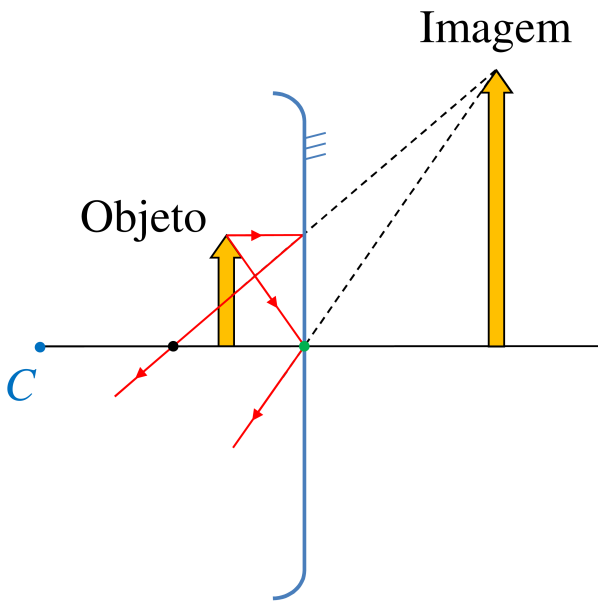


Figura 19: Objeto posicionado entre o vértice e o foco do espelho côncavo. A imagem formada é virtual, direita e maior.

raio que passa pelo foco e, posteriormente, é refletido paralelamente ao eixo de simetria, respeitando o princípio da reversibilidade dos raios luminosos. A imagem produzida é **real, invertida e maior**.

No quarto caso, o objeto está posicionado sobre o centro de curvatura, conforme mostra a figura 22. Quando o objeto está neste ponto, o espelho conjuga uma imagem **real, invertida e do mesmo tamanho do objeto**.

No quinto caso, o objeto está posicionado antes do centro de curvatura, conforme mostra a figura 23. Quando o Objeto está posicionado antes deste ponto, ele gera uma imagem **real, invertida e menor**.

Exercício 6

(UFRGS) No estudo de espelhos planos e esféricos, quando se desenham figuras para representar objetos e imagens, costuma-se selecionar determinados pontos do objeto. Constrói-se, então, um ponto imagem P' , conjugado pelo espelho a um ponto objeto P , aplicando as conhecidas regras para construção de imagens em espelhos que decorrem das leis da reflexão. Utilizando-se tais regras, conclui-se que um ponto imagem virtual P' , conjugado pelo espelho a um ponto objeto real P , ocorre:

- (a) apenas em espelhos planos
- (b) apenas em espelhos planos e côncavos

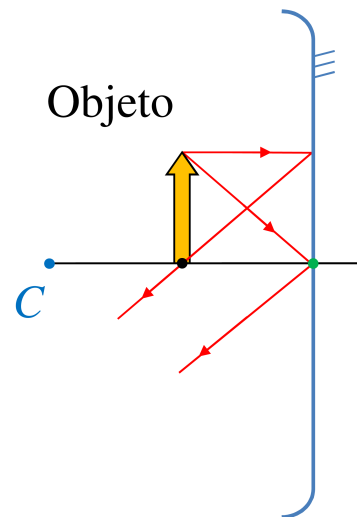


Figura 20: Objeto posicionado sobre o foco do espelho côncavo. A imagem formada é imprópria.

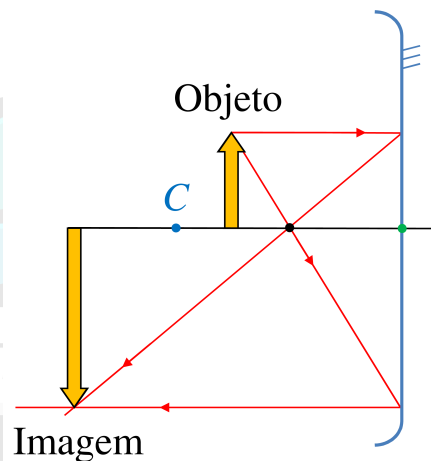


Figura 21: Objeto posicionado entre o foco e o centro de curvatura. A imagem formada é real, invertida e maior.

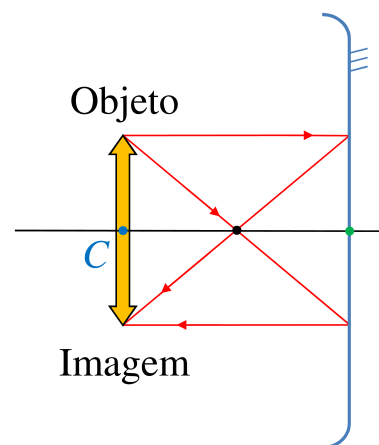


Figura 22: Objeto posicionado sobre o centro de curvatura. A imagem formada é real, invertida e do mesmo tamanho do objeto.

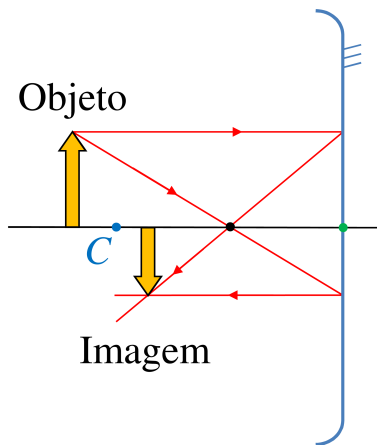


Figura 23: Objeto posicionado além do centro de curvatura. A imagem formada é real, invertida e menor.

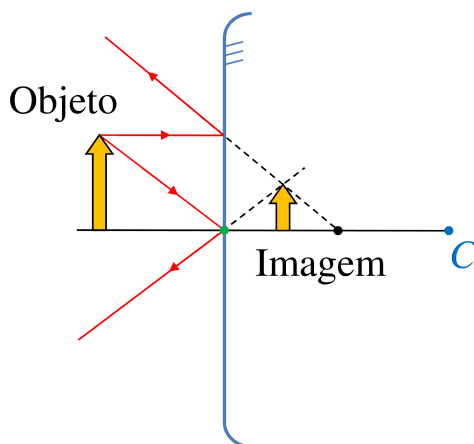


Figura 24: Objeto posicionado na frente de um espelho côncavo. A imagem formada é sempre virtual, direita e menor.

- (c) apenas em espelhos planos e convexas
- (d) apenas em espelhos côncavos e convexas
- (e) em espelhos planos, côncavos e convexas

RESOLUÇÃO: Conforme apresentado nas seções 3 e 4, a imagem virtual existe em espelhos planos, côncavos e convexas. Portanto, a alternativa correta é o item (e).

4.1.2 Espelho convexo

O espelho convexo conjuga apenas imagem virtual e menor que o objeto. A figura 24 ilustra a situação de um objeto em uma posição qualquer gerando uma imagem **virtual, direita e menor**. Os raios divergem após a reflexão; entretanto, os prolongamentos se cruzam.

4.2 Obtenção analítica de imagens

As equações a seguir são válidas para espelhos côncavos e convexas. Os espelhos côncavos possuem foco real e positivo, enquanto os espelhos convexas possuem foco virtual e negativo. Além disso, qualquer objeto ou imagem que estiver na frente ou atrás da superfície refletora, terá, respectivamente, sinal positivo ou negativo na sua posição. Se o objeto ou imagem for direita ou invertida, terá, respectivamente, sinal positivo ou negativo adicionado ao seu tamanho físico. Essa convenção de sinais é conhecido como **referencial de Gauss**. As posições do objeto e da imagem, em relação ao vértice do espelho, são representados por p e p' , respectivamente. Com essas variáveis, é possível definir a **equação dos pontos conjugados** ou **equação de Gauss**:

$$\frac{1}{f} = \frac{1}{p} + \frac{1}{p'} \quad \text{ou} \quad f = \frac{pp'}{p+p'} \quad (3)$$

em que $f = R/2$ é o foco e R o raio de curvatura do espelho. Conhecendo a posição p do objeto e a localização do foco f , a equação 3 permite calcular a posição p' da imagem.

Com o tamanho do objeto e da imagem é possível calcular a altura da imagem em relação ao objeto. Para isso, é utilizada a **equação do aumento linear transversal** que possui três versões:

$$A = \frac{i}{o} = \frac{-p'}{p} = \frac{f}{f-p} \quad (4)$$

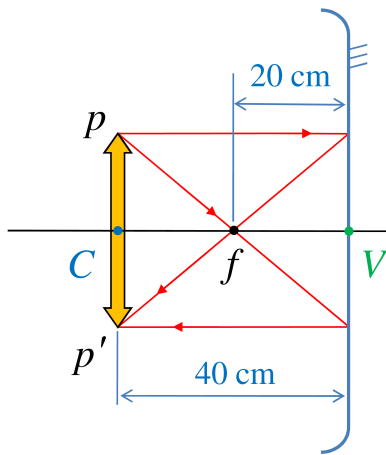
em que i e o representam a altura da imagem e objeto, respectivamente.

Problema 4

(PUC) Um espelho côncavo produz uma imagem real invertida do mesmo tamanho que um objeto situado a 40 cm de distância. Podemos afirmar que a distância focal do espelho é:

- (a) 20 cm
- (b) 40 cm
- (c) 10 cm
- (d) 80 cm
- (e) 120 cm

RESOLUÇÃO: Ao produzir uma imagem real, invertida e do mesmo tamanho do objeto, significa que o objeto está sobre o centro de curvatura do espelho. A distância focal pode ser obtida (i) geometricamente ou (ii) analiticamente por meio da equação de Gauss. A solução geométrica é apresentada na figura a seguir.



O objeto está uma distância p do vértice V , enquanto a imagem está uma distância p' do mesmo ponto, tal que $p = p' = 40$ cm. Como o foco é a metade da distância até o vértice, $f = 20$ cm. Pela equação de Gauss (equação 3):

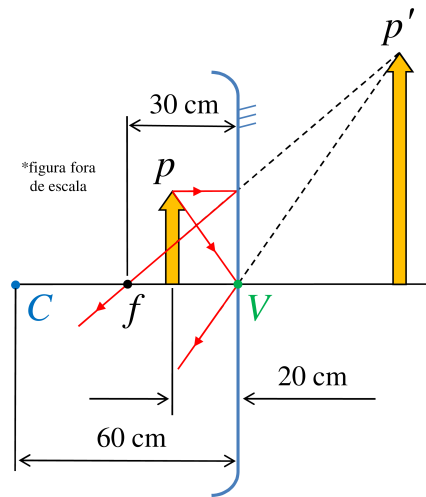
$$f = \frac{pp'}{p + p'} = \frac{(40)(40)}{40 + 40} = 20 \text{ cm}$$

indicando que a alternativa correta é o item (a).

imagem p' com a equação 4:

$$A = \frac{f}{f - p} = \frac{30}{30 - 20} = 3$$

indicando que a imagem é três vezes maior que o objeto. Portanto, a alternativa correta é o item (c). Note que devido ao fato do objeto e a imagem estarem de frente para a superfície refletora, os valores de p e p' são positivos.



Problema 5

(ITA) Seja E um espelho côncavo cujo raio de curvatura é 60,0 cm. Que tipo de imagem será obtida se colocarmos um objeto real de 7,50 cm de altura, verticalmente, a 20,0 cm de vértice de E ?

- (a) imagem virtual e reduzida a 1/3 do tamanho do objeto
- (b) imagem real e colocada a 60,0 cm da frente do espelho
- (c) imagem virtual e três vezes mais alta que o objeto
- (d) imagem real, invertida e de tamanho igual ao do objeto
- (e) imagem real e reduzida a 1/3 do tamanho do objeto.

RESOLUÇÃO: A representação geométrica do problema é apresentado a seguir. Como o objeto está 20,0 cm do vértice e o foco está a 30,0 cm deste mesmo ponto, considerando que $f = R/2 = 60,0/2 = 30,0$ cm, a imagem conjugada é virtual, direita e maior. Considerando que $p = 20,0$ cm, podemos calcular o tamanho da

Problema 6

(UFSC) Um espelho esférico convexo tem 20 cm de raio de curvatura. Se um objeto com 5 cm de altura estiver colocado a 15 cm do vértice do espelho, qual será, em módulo, a razão entre a distância da imagem obtida e o tamanho da imagem?

RESOLUÇÃO: O problema solicita a razão entre a distância da imagem obtida p' e o seu tamanho i . Como o enunciado diz que o espelho possui raio de 20 cm, a distância focal vale 10 cm. A posição da imagem é obtida com a equação de Gauss:

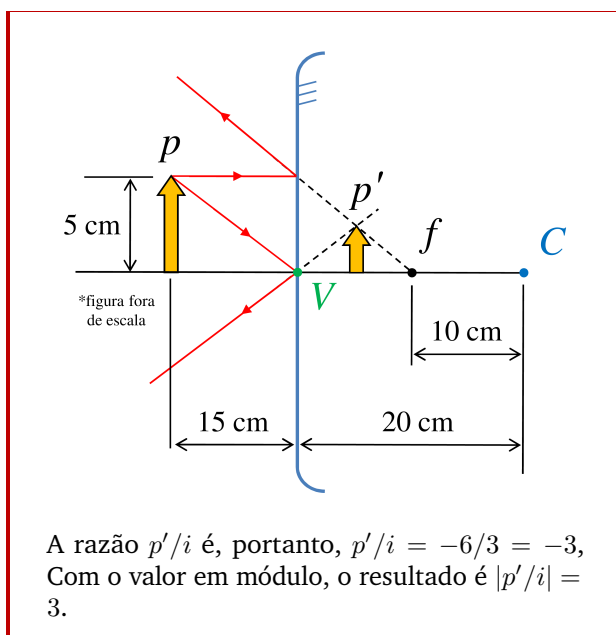
$$\frac{1}{f} = \frac{1}{p} + \frac{1}{p'}$$

$$\frac{1}{p'} = \frac{1}{f} - \frac{1}{p}$$

$$p' = \frac{pf}{p - f} = \frac{(15)(-10)}{15 - (-10)} = -6 \text{ cm}$$

em que $f = -10$ cm é devido ao foco estar atrás da superfície refletora. Com este valor é possível calcular o tamanho da imagem com a equação 4:

$$i = o \left(\frac{-p'}{p} \right) = (5) \frac{-(-6)}{15} = 2 \text{ cm}$$



COLABORADORES DESTA AULA

- **Texto:**
Diego Alexandre Duarte
- **Diagramação:**
Diego Alexandre Duarte
- **Revisão:**
Alexandre Zabet
Caroline Ruella Paiva Torres

Referências Bibliográficas

- D. C. M. Silva, *Brasil Escola: Imagens de um objeto entre dois espelhos planos* (2020). URL: <https://brasilestola.uol.com.br/fisica/imagens-um-objeto-entre-dois-espelhos-planos.htm> (acesso em 19/07/2020).
- N. A. Ferreira, *Brasil Escola: Formação da Sombra e da Penumbra* (2020). URL: <https://brasilestola.uol.com.br/fisica/sombra-penumbra.htm> (acesso em 17/07/2020).
- PNG Fuel (2020a). URL: <https://www.pngfuel.com/free-png/rsgar> (acesso em 16/07/2020).
- PNG Fuel (2020b). URL: <https://www.pngfuel.com/free-png/akibc> (acesso em 17/07/2020).
- PNG Fuel (2020c). URL: <https://www.pngfuel.com/free-png/nygjs> (acesso em 19/07/2020).
- PNG Wave (2020). URL: <https://www.pngwave.com/png-clip-art-akfdo> (acesso em 16/07/2020).
- R. Helerbrock, *Brasil Escola: Luz* (2020). URL: <https://brasilestola.uol.com.br/fisica/luz.htm> (acesso em 16/07/2020).

Silva, L. F. da e R. N. Medeiros Júnior (2017). “As cores da bandeira brasileira em diferentes cenários de iluminação”. Em: *Caderno Brasileiro de Ensino de Física* 34.2, pp. 603–620.

5 Lista de Problemas

1. (ENEM) A sombra de uma pessoa que tem 1,80 m de altura mede 60 cm. No mesmo momento, ao seu lado, a sombra projetada de um poste mede 2,0 m. Se, mais tarde, a sombra do poste diminui 50 cm, a sombra da pessoa passou a medir:
 - (a) 30 cm
 - (b) 45 cm
 - (c) 50 cm
 - (d) 80 cm
 - (e) 90 cm
2. (UDESC) A distância que um objeto deve ser colocado de um espelho côncavo com raio de curvatura de 50 cm para que a imagem desse objeto tenha a mesma orientação e meça $4/3$ do tamanho do objeto é:
 - (a) 87,5 cm
 - (b) 6,25 cm
 - (c) 43,75 cm
 - (d) 12,5 cm
 - (e) 116,66 cm
3. (UDESC) Um raio de luz incide em um espelho plano segundo um ângulo de 20° com a superfície do espelho. Girando-se o espelho em 10° , em torno de um eixo perpendicular ao plano de incidência, então o raio refletido, agora, sairá com um novo ângulo θ com a normal à superfície do espelho. Assinale a alternativa que corresponde aos possíveis valores de θ .
 - (a) 70° ou 50°
 - (b) 80° ou 60°
 - (c) 50° ou 30°
 - (d) 40° ou 20°
 - (e) 30° ou 10°
4. (UDESC) Um lápis foi colocado a 30,0 cm diante de um espelho esférico convexo de distância focal igual a 50,0 cm, perpendicularmente ao eixo principal. O lápis possui 10,0 cm de comprimento. Com base nestas informações, pode-se afirmar que a posição e o tamanho da imagem do lápis são, respectivamente:
 - (a) 75,0 cm e $-25,0$ cm
 - (b) 18,75 mm e $-6,25$ mm
 - (c) $-75,0$ cm e 25,0 cm
 - (d) 75,0 cm e 6,25 cm

(e) $-18,75$ cm e $6,25$ cm

5. (UDESC) João e Maria estão a 3m de distância de um espelho plano. João está 8m à esquerda de Maria.

Analise as proposições em relação à informação acima.

I. A distância de João até a imagem de Maria, refletida pelo espelho, é de 10 m.

II. A distância de João e Maria até suas próprias imagens é 6 m.

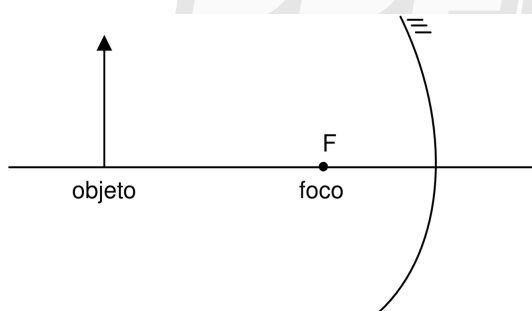
III. A distância de João até a imagem de Maria, refletida pelo espelho, é de 11 m.

Assinale a alternativa **correta**.

- (a) Somente as afirmativas II e III são verdadeiras.
 (b) Somente as afirmativas I e II são verdadeiras.
 (c) Somente a afirmativa I é verdadeira.
 (d) Somente a afirmativa II é verdadeira.
 (e) Somente a afirmativa III é verdadeira.

6. (UFSC) Considere um espelho esférico côncavo com um objeto à sua frente, situado a uma distância do foco igual a duas vezes a distância focal, conforme está representado na figura abaixo.

Em relação à imagem fornecida pelo espelho, assinale a(s) proposição(ões) **CORRETA(S)**:



01. Como não foi fornecida a distância focal, não podemos afirmar nada sobre a posição da imagem.

02. A distância da imagem ao foco é igual à metade da distância focal.

04. A imagem é real, invertida e seu tamanho é igual à metade do tamanho do objeto.

08. A distância da imagem ao espelho é igual a uma vez e meia a distância focal.

16. A distância da imagem ao espelho é igual a duas vezes a distância focal.

32. A imagem é real, direita e seu tamanho é igual a um terço do tamanho do objeto.

64. A distância da imagem ao foco é igual à distância focal e a imagem é real e invertida.

7. (UFSC) Espelhos esféricos são superfícies refletoras que têm a forma de uma calota esférica. O espelho é côncavo se a superfície refletora for a parte interna da calota, e convexo se a superfície refletora for a parte externa da calota.

Dois pequenas lâmpadas A e B são colocadas perpendicularmente ao eixo principal de dois espelhos esféricos. A lâmpada A está em frente a um espelho côncavo e a B em frente a um espelho convexo.

Assinale a(s) proposição(ões) **CORRETA(S)**.

01. Se a lâmpada A for colocada sobre o centro de curvatura do espelho, a imagem formada será real e invertida.

02. Se a lâmpada A for colocada entre o centro de curvatura do espelho e o foco, a imagem formada será menor do que o objeto.

04. Se a lâmpada A for colocada entre o foco e o vértice, a imagem formada será virtual.

08. Se a lâmpada A for colocada entre o foco e o vértice, a imagem formada será menor do que o objeto.

16. A imagem formada pela lâmpada B será virtual.

32. A imagem formada pela lâmpada B será menor do que o objeto.

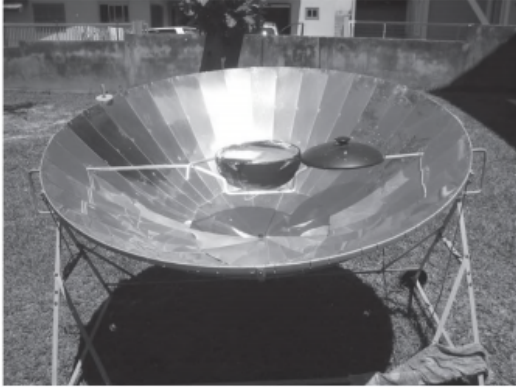
64. A imagem formada pela lâmpada B será invertida.

8. (UFPEL) Um objeto de 6 cm de altura é colocado perpendicularmente ao eixo principal e a 24 cm do vértice de um espelho esférico côncavo, de raio de curvatura 36 cm. Baseado em seus conhecimentos sobre óptica geométrica, a altura e natureza da imagem são, respectivamente:

- (a) 2 cm, virtual e direita
 (b) 12 cm, real e invertida
 (c) 18 cm, virtual e direita
 (d) 18 cm, real e invertida
 (e) 2 cm, virtual e invertida

9. (ENEM) A figura mostra uma superfície refletora

de formato parabólico, que tem sido utilizada como um fogão solar. Esse dispositivo é montado de tal forma que a superfície fique posicionada sempre voltada para o Sol. Neste, a panela deve ser colocada em um ponto determinado para maior eficiência do fogão.



Disponível em: <http://www.deltateta.com>. Acesso em: 30 abr. 2010.

Considerando que a panela esteja posicionada no ponto citado, a maior eficiência ocorre porque os raios solares:

- (a) refletidos passam por esse ponto, definido como ponto de reflexão.
- (b) incidentes passam por esse ponto, definido como vértice da parábola.
- (c) refletidos se concentram nesse ponto, definido como foco da parábola.
- (d) incidentes se concentram nesse ponto, definido como ponto de incidência.
- (e) incidentes e refletidos se interceptam nesse ponto, definido como centro de curvatura.

6 Gabarito

- 1. Item (b): 45 cm.
- 2. Item (b): 6,25 cm.
- 3. Item (b): 80° ou 60°
- 4. (e) –18,75 cm e 6,25 cm.
- 5. Item (b): Somente as afirmativas I e II são verdadeiras.
- 6. Soma dos itens corretos: 14. Item 01: Incorreta. Item 02: Correta. Item 04: Correta. Item 08: Correta. Item 16: Incorreta. Item 32: Incorreta. Item 64: Incorreta.

- 7. Soma dos itens corretos: 53. Item 01: Correta. Item 02: Incorreta. Item 04: Correta. Item 08: Incorreta. Item 16: Correta. Item 32: Correta. Item 64: Inorreta.
- 8. Item (d): 18 cm, real e invertida.
- 9. Item (c): Refletidos se concentram nesse ponto, definido como foco da parábola.