Física: Oscilações

TÓPICO 10: Pêndulos e sistemas massa-mola

Oscilações representam um importante tópico na física que é responsável pela descrição de movimentos periódicos, como átomos oscilando em um material ou um veículo oscilando devido o sistema de suspensão e amortecimento. Nesta aula serão abordados os conceitos básicos de dois tipos de osciladores: pêndulo e sistema massa-mola.

1 Período e frequência

O período de um movimento é o intervalo de tempo necessário para o corpo completar um ciclo, enquanto a frequência representa o número de ciclos por segundo. Conforme descrito durante os estudos do movimento circular, o período T está relacionado com a frequência f por meio da equação:

$$T = \frac{1}{f} \tag{1}$$

em que T é representado em segundo e f em Hz (hertz) no SI. A figura 1 apresenta um pêndulo simples com a partícula nas posições A, B e C. O corpo é inicialmente liberado do repouso na posição A. Ao passar pelo ponto B, possui velocidade $v_B \neq 0$ e para gradativamente até atingir o repouso no ponto C. Em seguida, retorna para o ponto A e completa um período (ou ciclo). Assumindo, por exemplo, que são realizados cinco ciclos em um segundo, a frequência da partícula é 5 Hz e, por meio da equação 1, o período de cada ciclo vale $1/f = 1/5 = 0{,}2$ s.

2 Pêndulo simples

A versão mais simples de um pêndulo é ilustrado na figura 1. Uma partícula de massa m está presa na extremidade livre de uma corda inextensível de comprimento L e pode oscilar livremente ao ser liberado do repouso em algum ponto acima de B. Nestas condições,

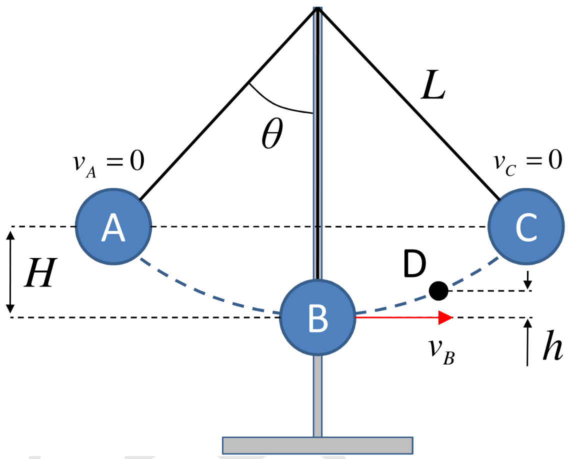


Figura 1: *Pêndulo simples.*

o corpo oscila com amplitude constante e o período é dado pela equação:

$$T = 2\pi\sqrt{\frac{L}{g}} \tag{2}$$

em que g é a aceleração gravitacional local. A amplitude é representada pelo ângulo máximo θ que a corda faz com a vertical. Note que o corpo descreve um arco de circunferência e, com isso, possui velocidade angular, onde v_B representa a velocidade tangencial instantânea no ponto B.

2.1 Conservação de energia

A energia mecânica é conservada no pêndulo simples. Assumindo a posição B como o referêncial vertical ($y = 0$) na figura 1, a partícula está em uma altura H no ponto A e a energia potencial gravitacional em B é zero. Considerando que a partícula parte do repouso em A ($v_A = 0$), sua energia cinética inicial é zero e a conservação de energia entre os pontos A e B é representada pela equação:

$$mgH = \frac{1}{2}mv_B^2 \tag{3}$$

que fornece $v_B = \sqrt{2gH}$. Como a energia é conservada, a energia cinética no ponto B é, em seguida, integralmente convertida em energia potencial gravitacional no ponto C. No retorno ao ponto A, ocorrem os mesmos processos de transformação de energia. Isto só é possível porque não existem forças dissipativas, como atrito e arrasto do ar.

Se o corpo inicia o movimento no ponto A com $v_A \neq 0$, a conservação de energia até o ponto D, em que $0 < h < H$, é dada por:

$$\frac{1}{2}mv_A^2 + mgH = \frac{1}{2}mv_D^2 + mgh \tag{4}$$

que fornece $v_D = \sqrt{v_A^2 + 2g(H-h)}$.

Exercício 1

(UDESC) Um pêndulo simples oscila com uma pequena amplitude. Para duplicar o período do pêndulo, deve-se:

(a) quadruplicar o seu comprimento
(b) reduzir a sua massa pela metade
(c) duplicar a força usada para iniciar o movimento do pêndulo
(d) duplicar a amplitude de oscilação
(e) duplicar o valor da massa

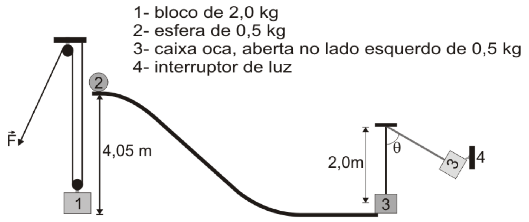
RESOLUÇÃO: Considerando a aceleração gravitacional local como uma constante, o período depende apenas do comprimento do pêndulo, conforme descreve a equação 2. Para duplicar o período, é necessário quadruplicar o comprimento L:

$$T = 2\pi\sqrt{\frac{4L}{g}} = 2\left(2\pi\sqrt{\frac{L}{g}}\right)$$

e, portanto, o item (a) é a alternativa correta.

Problema 1

(UFSC) *Incredible machine* (máquina incrível) é a denominação dada para um jogo cujo objetivo é criar uma série de dispositivos, tecnicamente simples, mas em um padrão complexo para desempenhar uma tarefa simples como, por exemplo, abrir uma torneira. Neste jogo pode-se usar molas, fios, bolas, calhas, polias, etc. Com uma proposta semelhante, um professor de física criou uma *Incredible machine* para acionar um interruptor de luz, com o objetivo de explicar e demonstrar alguns conceitos físicos. O dispositivo segue a seguinte sequência: uma força $\vec{F}$ puxa o bloco (1) que toca na esfera (2) que entra em movimento, descendo a rampa, e entra na caixa oca (3), e juntas acionam o interruptor de luz (4). Desconsidere qualquer tipo de atrito.



Em função do exposto, assinale a(s) proposição(ões) **CORRETA(S)**.

01. Para suspender o bloco (1), a força $\vec{F}$ mínima necessária é de 20 N.

02. A interação entre a esfera (2) e a caixa oca (3) pode ser classificada como uma colisão do tipo elástica, na qual existe a conservação da quantidade de movimento do sistema (esfera e caixa).

04. A esfera (2) entra na caixa oca (3) com uma velocidade linear de 9,0 m/s, fazendo a caixa com a esfera atingir uma altura máxima de 1,01 m aproximadamente.

08. A esfera (2) sai da caixa oca, após a mesma retornar à sua posição inicial com uma velocidade de 9,0 m/s, o que permite à esfera retornar à sua posição inicial no ponto mais alto da rampa.

16. O conjunto esfera (2) e caixa (3) inicia um movimento circular com uma velocidade angular de 2,25 rad/s e, ao atingir a altura máxima, forma um ângulo θ de aproximadamente 60,0° com a vertical.

32. A altura máxima atingida pelo conjunto esfera (2) e caixa oca (3) depende apenas da massa da esfera e da velocidade inicial da esfera.

64. Para o bloco (1) ser suspenso em 4,05 m, a pessoa que aplica a força $\vec{F}$ deve puxar 4,05 m do fio.

RESOLUÇÃO:

Obs.: Este dispositivo é também conhecido como máquina de Rube Goldberg.

01. Incorreta. O bloco (1) está preso num sistema de polias formado por uma polia fixa e outra móvel. Conforme descrito na aula sobre polias, a força mínima para sustentar o corpo é dada por:

$$F = \frac{P}{2^N} = \frac{20}{2} = 10 \text{ N}$$

em que $P = mg = (2{,}0)(10) = 20$ N é o peso da caixa e $N = 1$ o número de polias móveis.

02. Incorreta. A quantidade de movimento é conservada; porém, a colisão é perfeitamente inelástica. Os dois corpos permanecem juntos após a colisão.

04. Correta. A esfera (2) encontra-se em repouso e adquire movimento ao ser levemente tocada pelo bloco (1). Considerando que a velocidade inicial adquirida é baixa, a esfera (2) possui apenas energia potencial gravitacional que, posteriormente, é integralmente convertida em energia cinética instantes antes de colidir com o bloco (3):

$$m_2 g H = \frac{1}{2} m_2 v_2^2$$

em que $m_2 = 0{,}5$ kg, $H = 4{,}05$ m e v_2 é a velocidade da esfera antes da colisão com a caixa oca:

$$v_2 = \sqrt{2(10)(4{,}05)} = 9 \text{ m/s} \qquad (5)$$

Como a esfera e a caixa oca permanecem juntos após a colisão (processo inelástico), a velocidade do conjunto é dada por (ver aula sobre colisões):

$$m_2 v_2 = (m_2 + m_3) v$$

em que $m_3 = 0{,}5$ kg é a massa da caixa oca e v é a velocidade do conjunto (esfera + caixa oca) após a colisão:

$$v = \frac{m_2 v_2}{m_2 + m_3} = \frac{(0{,}5)(9)}{0{,}5 + 0{,}5} = 4{,}5 \text{ m/s} \qquad (6)$$

Considerando que a energia é conservada, a energia cinética do conjunto, logo após a colisão, é toda convertida em energia potencial gravitacional quando o bloco atinge o interruptor:

$$\frac{1}{2}(m_2 + m_3) v^2 = (m_2 + m_3) g h \qquad (7)$$

em que h é a altura do interruptor (4) em relação ao solo (posição vertical inicial da caixa oca). Substituindo o resultado da equação 6 na equação 7:

$$h = \frac{1}{2g} v^2 = \frac{1}{2(10)} (4{,}5)^2 = 1{,}0125 \text{ m} \qquad (8)$$

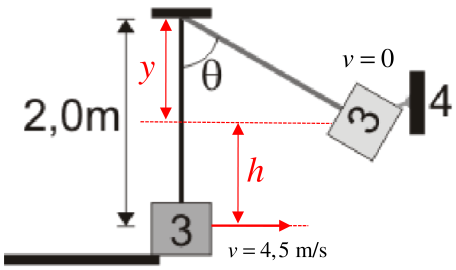
08. Incorreta. Parte da energia mecânica do conjunto é utilizada para realizar trabalho sobre o interruptor; assim, a esfera retorna para o final da rampa com velocidade menor que 9 m/s, não sendo possível atingir o ponto mais alto da rampa.

16. Correta. A velocidade $v = 4{,}5$ m/s do conjunto, obtida pela equação 6, representa a velocidade tangencial inicial do corpo (esfera + caixa oca). No movimento circular do pêndulo, o raio do movimento é descrito pelo comprimento $L = 2{,}0$ m da corda e a velocidade angular inicial ω é dada por (veja a aula sobre movimento circular):

$$\omega = \frac{v}{L} = \frac{4{,}5}{2{,}0} = 2{,}25 \text{ rad/s}$$

O ângulo θ é dado com a análise da figura abaixo. Considerando $h = 1{,}0125$ m, obtemos $y = 0{,}9875$ m. No triângulo retângulo representado na figura, o ângulo θ pode ser calculado com a função cosseno:

$$\cos\theta = \frac{y}{L} = \frac{0{,}9875}{2} \quad \therefore \quad \theta = 60{,}4^{\circ} \approx 60^{\circ}$$



32. Incorreta. As equações 6 e 8 mostram que a altura h depende da velocidade da esfera, de sua massa e da massa da caixa oca.

64. Incorreta. O trabalho realizado pela força F é Fd, em que d é o comprimento do cabo que deve ser puxado. Considerando que o bloco (1) está em repouso no início e após percorrer a distância de 4,05 m, a variação da sua energia cinética é zero, *i.e.*, $\Delta K = 0$. Pelo teorema do trabalho e da energia cinética ($W = \Delta K$) concluímos que:

$$W = 0$$

em que W representa o trabalho total realizado sobre o bloco. Neste caso, existe o trabalho positivo realizado pela força F e o trabalho negativo realizado pela força peso do bloco:

$$W = Fd - P(4{,}05) = 0$$

que fornece $d = 8{,}1$ m, considerando $P = 20$ N.

Portanto, a soma dos itens corretos é 20.

3 Sistema massa-mola

Conforme descrito na aula sobre lei de Hooke, a versão mais simples do sistema massa-mola é formada por um corpo de massa m que está preso na extremidade livre de uma mola com constante elástica k (figura 2). A mola está presa numa parede rígida e imóvel e, por simplificação do modelo, o corpo pode deslizar livremente sobre uma superfície horizontal sem atrito. Esta consideração faz com que a energia mecânica do sistema seja conservada e o período de oscilação representado pela equação:

$$T = 2\pi\sqrt{\frac{m}{k}} \tag{9}$$

Durante o movimento da partícula, a posição ao longo do tempo é descrita por uma função trigonométrica do tipo seno ou cosseno. Isso indica que o corpo terá um deslocamento máximo em relação à origem do sistema de coordenadas. Este deslocamento é chamado de amplitude e é representado pela letra A na figura 2. O movimento periódico de um corpo em torno de um ponto do espaço, em um sistema conservativo (energia mecânica conservada), é chamado de movimento harmônico simples (MHS).

3.1 Conservação de energia

No pêndulo, a energia mecânica é representada pela soma das energias cinética e potencial gravitacional. Neste modelo do sistema massa-mola, a energia mecânica é formada pela soma das energias cinética e potencial elástica:

$$E_m = \frac{1}{2}mv^2 + \frac{1}{2}kx^2 \tag{10}$$

em que v é a velocidade do corpo e x a deformação da mola em relação à posição de relaxamento da mola ($x = 0$). A figura 3 ilustra o comportamento das energias assumindo $E_m = 0{,}25$ J e $A = 0{,}5$ m. Os dados mostram que quando a mola está na deformação máxima, *i.e.*, $x = -A$ ou $x = +A$, a energia cinética é zero, indicando que o corpo está em repouso, e a energia potencial elástica vale $0{,}25$ J. Quando a partícula passa pela origem do sistema de coordenadas, a energia potencial elástica é zero, indicando que a mola não está deformada, e a energia cinética

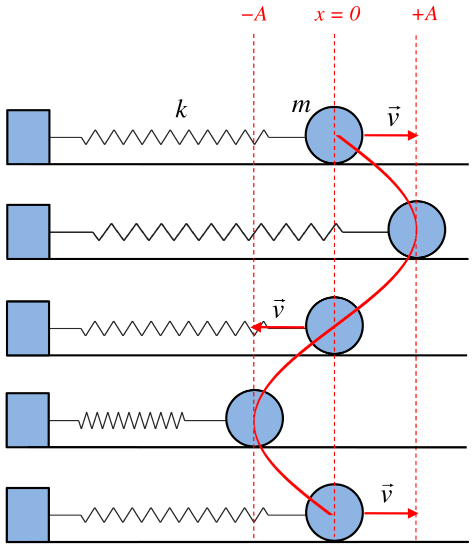


Figura 2: *Sistema massa-mola. O deslocamento máximo A, medido em relação ao ponto de relaxamento da mola, é chamado de amplitude.*

vale $0{,}25$ J. Em qualquer outro ponto, as duas energias são diferentes de zero e a soma sempre será $0{,}25$ J.

Problema 2

(UECE) Um sistema oscilante massa-mola possui uma energia mecânica igual a 1,0 J, uma amplitude de oscilação 0,5 m e uma velocidade máxima igual a 2,0 m/s. Portanto, a constante da mola, a massa e a freqüência são, respectivamente, iguais a:

(a) $8{,}0$ N/m, $1{,}0$ kg e $4/\pi$ Hz
(b) $4{,}0$ N/m, $0{,}5$ kg e $4/\pi$ Hz
(c) $8{,}0$ N/m, $0{,}5$ kg e $2/\pi$ Hz
(d) $4{,}0$ N/m, $1{,}0$ kg e $2/\pi$ Hz

RESOLUÇÃO: Conforme descrito na figura 3, a energia cinética é zero e a energia potencial elástica é máxima quando a deformação da mola é igual a amplitude de oscilação. Assumindo $mv^2/2 = 0$ na equação 10, obtemos:

$$E_m = \frac{1}{2}kx^2 \;\therefore\; k = \frac{2E_m}{x^2} = \frac{2(1{,}0)}{(0{,}5)^2} = 8 \text{ N/m}$$

Quando a partícula passa pela origem do sistema de coordenadas, a energia potencial elástica é zero e a cinética é máxima. Assumindo $kx^2/2 = 0$ na equação 10, obtemos:

$$E_m = \frac{1}{2}mv^2 \;\therefore\; m = \frac{2E_m}{v^2} = \frac{2(1{,}0)}{(2{,}0)^2} = 0{,}5 \text{ kg}$$

Com estes dados é possível calcular o período e a frequência de oscilação com as equações 9 e

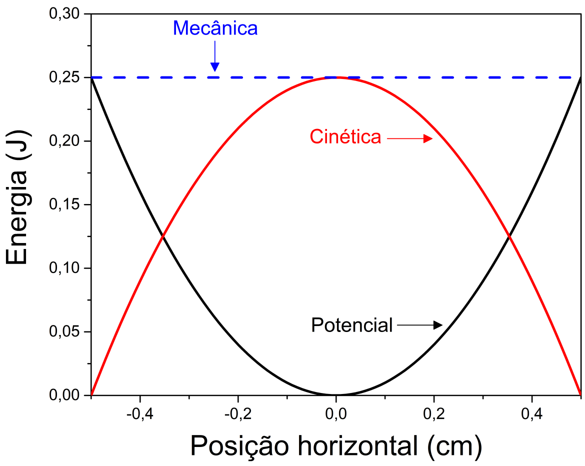


Figura 3: *Comportamento da energia cinética e potencial elástica durante o movimento do sistema massa-mola.*

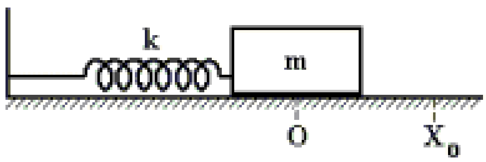
1:

$$T = 2\pi\sqrt{\frac{0{,}5}{8{,}0}} = \frac{\pi}{2}\ \text{s} \ \therefore\ f = \frac{1}{T} = \frac{2}{\pi}\ \text{Hz}$$

indicando que a alternativa correta é o item (c).

Problema 3

(UNESP) Em um sistema massa-mola, conforme mostra a figura (superfície horizontal sem atrito), onde k é a constante elástica da mola, a massa é deslocada de uma distância x_0, passando a oscilar.



(a) Em que ponto, ou pontos, a energia cinética da massa é igual a 7/9 da energia potencial do sistema?

(b) A energia cinética pode ser superior à potencial em algum ponto? Explique sua resposta.

RESPOSTA:

(a) Como o corpo é liberado de x_0, essa coordenada representa a amplitude de oscilação. Conforme previamente descrito, a energia cinética é zero ($mv^2/2 = 0$) e a potencial elástica é máxima neste ponto. Com a equação 10, a energia mecânica é dada por:

$$E_m = \frac{1}{2}kx_0^2$$

Em uma posição qualquer, a energia mecânica é representada por:

$$E_m = E_c + E_e = \frac{1}{2}kx_0^2 \qquad (11)$$

em que E_c é a energia cinética e E_e a energia potencial elástica. O enunciado solicita valor de x para $E_c = (7/9)E_e$, logo:

$$\frac{1}{2}kx_0^2 = \frac{7}{9}E_e + E_e = \frac{16}{9}E_e$$

com $E_e = kx^2/2$:

$$\frac{1}{2}kx_0^2 = \frac{16}{9}\left(\frac{1}{2}kx^2\right) \ \therefore\ x = \pm\frac{3}{4}x_0$$

indicando que existem dois valores para x em que a energia cinética é 7/9 da energia potencial elástica.

(b) Sim. Este resultado é ilustrado na figura 3. A equação 11 mostra que a energia cinética pode ser escrita como:

$$E_c = \frac{1}{2}kx_0^2 - \frac{1}{2}kx^2 \qquad (12)$$

logo, para encontrar os valores de x em que isso é possível, a seguinte condição deve ser estabelecida:

$$E_c > E_e \qquad (13)$$

Substituindo a equação 12 em 13, obtemos a inequação do segundo grau:

$$\frac{1}{2}kx_0^2 - \frac{1}{2}kx^2 > \frac{1}{2}kx^2$$

que pode ser reescrita como:

$$-x^2 + \frac{1}{2}x_0^2 > 0 \qquad (14)$$

A inequação 14 permite mostrar que a energia cinética é maior na condição: $-x_0/\sqrt{2} < x < x_0/\sqrt{2}$. No exemplo da figura 3, $x_0 = 0{,}5$ m. Aplicando este valor nas soluções, a energia cinética é maior que a energia potencial elástica para os seguintes valores da posição horizontal: $-0{,}35 < x < 0{,}35$ m.

4 Movimento Harmônico

A expressão matemática utilizada para representar um MHS é dada por:

$$x(t) = A\,\text{sen}\,(\omega t + \phi) \qquad (15)$$

em que A é a amplitude do movimento e ω a frequência de oscilação (que também é foi definida como *veloci-*

dade angular na aula sobre movimento circular):

$$\omega = 2\pi f = \frac{2\pi}{T}$$

sendo representada em rad/s no SI. O ângulo ϕ é chamado de fase e está associado com a posição inicial do corpo em $t = 0$:

$$x(0) = A\,\text{sen}\,[\omega(0) + \phi] = A\,\text{sen}\,(\phi) \qquad (16)$$

Se $\phi = 0$ na equação 16, o corpo inicia o movimento em $x = 0$. Este caso é a situação do primeiro quadro (de cima para baixo) na figura 2. Se $\phi = 90^o$, o corpo inicia o movimento em $x = +A$, sendo a situação do segundo quadro. Se $\phi = 180^o$, 270^o ou 360^o, o corpo inicia o movimento, respectivamente, em $x = 0$, $x = -A$ ou $x = 0$, conforme mostra o terceiro, quarto e quinto quadro. O último caso ($\phi = 360^o$) é igual ao primeiro ($\phi = 0$), e a diferença entre o primeiro e terceiro quadro, ambos com $x = 0$, é o sentido de deslocamento. No primeiro, o sentido de movimento é para direita ($+x$) enquanto no terceiro é para esquerda ($-x$). A equação que descreve o comportamento da velocidade é dada por:

$$v = A\omega\cos(\omega t + \phi) \qquad (17)$$

A figura 4 apresenta as soluções das equações 16 e 17 assumindo $A = 0{,}5$ m, $\omega = 2{,}0$ rad/s e $\phi = 0$. A figura também indica as posições 1-5 que representam, respectivamente, os cinco quadros (de cima para baixo) da figura 3. Em $t = 0$, o corpo está na origem e sua velocidade é máxima no sentido positivo do eixo x (posição 1). Conforme ele chega em $x = 0{,}5$ m, sua velocidade diminui até o corpo parar completamente (posição 2). Neste instante, ocorre a inversão do movimento (velocidade negativa) e o corpo retorna para a origem, atingindo a velocidade máxima ($v = -1{,}0$ m/s) em $x = 0$ (posição 3). O movimento segue até o corpo parar completamente em $x = -A$ (posição 4), ocorrendo novamente a inversão no sentido da velocidade e deslocando-se até atingir a posição 5 e completar um ciclo do movimento.

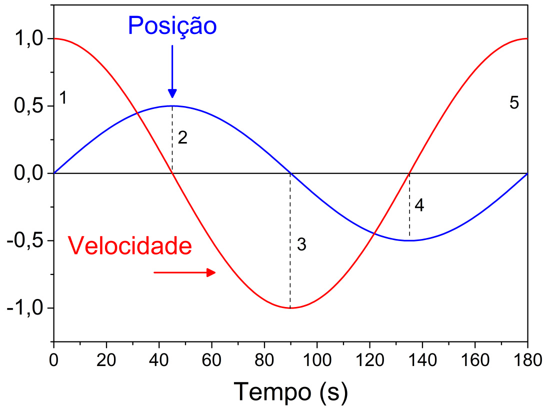
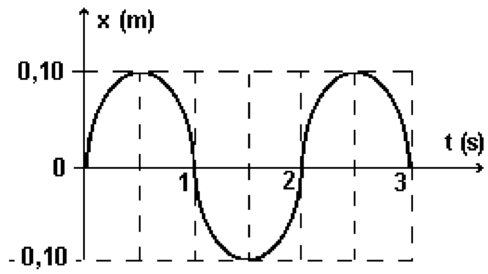


Figura 4: *Posição (m) e velocidade (m/s) de uma partícula em MHS assumindo $A = 0{,}5$ m, $\omega = 2{,}0$ rad/s e $\phi = 0$ nas equações 16 e 17.*

Problema 4

(VUNESP) A partir do gráfico que se segue onde estão representadas as posições ocupadas por um móvel em função do tempo, quando oscila sujeito a uma força do tipo $-kx$ (k constante), determine:



(a) A frequência da amplitude do movimento.

(b) Os instantes, durante os três primeiros segundos, em que a velocidade se anulou.

RESOLUÇÃO:

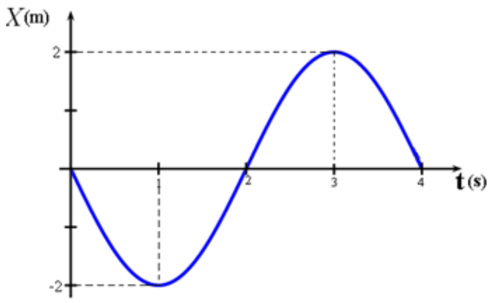
(a) O comportamento da posição x é similar ao apresentado na figura 4. Por comparação, é possível concluir que o corpo completa um ciclo em $t = 2$ s. A frequência é dada pela equação 1:

$$f = \frac{1}{T} = \frac{1}{2} = 0{,}5 \text{ Hz}$$

(b) Pela figura 4 é possível concluir também que a velocidade é zero sempre que o corpo atinge a amplitude. Assim, a velocidade é zero em 0,5, 1,5 e 2,5 s.

Problema 5

(UFG) O gráfico mostra a posição, em função do tempo, de uma partícula em movimento harmônico simples no intervalo de tempo entre 0 e 4 segundos. A equação da posição em função do tempo para esse movimento é dada por $x = a cos(\omega t + \phi_0)$. A partir do gráfico, encontre os valores das constantes a, ω e ϕ_0.



RESOLUÇÃO: O gráfico mostra que o corpo se desloca entre -2 e $+2$ m; logo, a amplitude é $a = 2$ m. Os dados também mostram que o tempo necessário para completar um período é 4 s, implicando que:

$$\omega = \frac{2\pi}{T} = \frac{2\pi}{4} = \frac{\pi}{2} \text{ rad/s}$$

Com estas informações, a equação horária da posição fica escrita como:

$$x(t) = 2\cos\left(\frac{\pi}{2}t + \phi\right) \tag{18}$$

Em $t = 1$ s, a posição do corpo é $x = -2$ m. Substituindo estes dados na equação 18:

$$-2 = 2\cos\left[\frac{\pi}{2}(1) + \phi\right] \;\therefore\; \phi = \frac{\pi}{2}$$

Logo, a equação completa que descreve este MHS é dado por:

$$x(t) = 2\cos\left(\frac{\pi}{2}t + \frac{\pi}{2}\right) \tag{19}$$

Neste problema, a posição x é representada por uma função cosseno ao invés de uma função seno. Como informado, o MHS pode ser representado por qualquer uma destas duas funções. É possível transformar a equação 19 em uma função seno com auxílio da relação de arco duplo:

$$\cos(\alpha + \beta) = \cos\alpha\cos\beta - \operatorname{sen}\alpha\operatorname{sen}\beta \tag{20}$$

Comparando as equações 19 e 20, concluímos que $\alpha = (\pi/2)t$ e $\beta = \pi/2$. Assim, $\cos[(\pi/2)t + \pi/2] = -\operatorname{sen}(\pi/2)t$. Aplicando este resultado na equação 19, a posição x é reescrita como:

$$x(t) = -2\operatorname{sen}\left(\frac{\pi}{2}t\right)$$

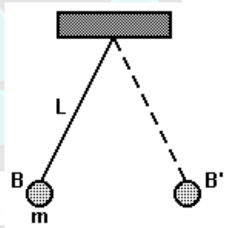
que é a equação 15 com $\phi = 0$.

COLABORADORES DESTA AULA

- **Texto**:
  Diego Alexandre Duarte
- **Diagramação**:
  Diego Alexandre Duarte
- **Revisão**:
  Maria Simone Kugeratski Souza
  Caroline Ruella Paiva Torres

5 Lista de Problemas

1. (UEM) Suponha que um pequeno corpo, de massa m, esteja preso na extremidade de um fio de peso desprezível, cujo comprimento é L, oscilando com pequena amplitude, em um plano vertical, como mostra a figura a seguir. Esse dispositivo constitui um pêndulo simples que executa um movimento harmônico simples. Verifica-se que o corpo, saindo de B, desloca-se até B' e retorna a B, 20 vezes em 10 s. Assinale o que for correto.



01. O período deste pêndulo é 2,0 s.

02. A freqüência de oscilação do pêndulo é 0,5 Hz.

04. Se o comprimento do fio L for 4 vezes maior, o período do pêndulo será dobrado.

08. Se a massa do corpo suspenso for triplicada, sua freqüência ficará multiplicada por $\sqrt{3}$.

16. Se o valor local de g for 4 vezes maior, a freqüência do pêndulo será duas vezes menor.

32. Se a amplitude do pêndulo for reduzida à metade, seu período não modificará.

2. (UNITAU) Um corpo de massa m, ligado a uma mola de constante elástica k, está animado de um movimento harmônico simples. Nos pontos em que ocorre a inversão no sentido do movimento:

(a) são nulas a velocidade e a aceleração.

(b) são nulas a velocidade e a energia potencial.

(c) o módulo da aceleração e a energia potencial são máximas.

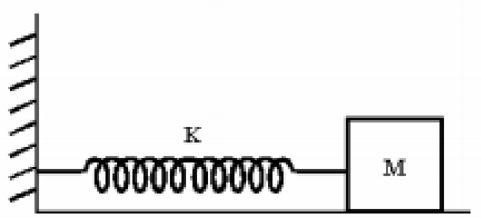
(d) a energia cinética é máxima e a energia potencial é mínima.

(e) a velocidade, em módulo, e a energia potencial são máximas.

3. (FUVEST) Um trapezista abre as mãos e larga a barra de um trapézio, ao passar pelo ponto mais baixo da oscilação. Desprezando o atrito, podemos afirmar que o trapézio:

(a) para de oscilar.
(b) aumenta a amplitude de oscilação.
(c) tem seu período de oscilação aumentado.
(d) não sofre alteração na sua frequência.
(e) aumenta sua energia mecânica.

4. (UFPE) Um objeto de massa M = 0,5 kg, apoiado sobre uma superfície horizontal sem atrito, está preso a uma mola cuja constante de força elástica é K = 50 N/m. O objeto é puxado por 10 cm e então solto, passando a oscilar em relação à posição de equilíbrio.



Qual a velocidade máxima do objeto, em m/s?

(a) 0,5
(b) 1,0
(c) 2,0
(d) 5,0
(e) 7,0

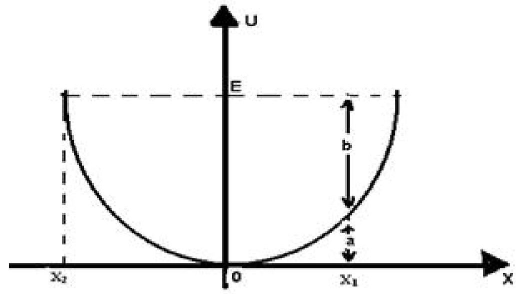
5. (UFC) Uma partícula de massa m move-se sobre o eixo x, de modo que as equações horárias para sua velocidade e sua aceleração são, respectivamente, $v(t) = -\omega A \operatorname{sen}(\omega_t + j)$ e $a(t) = -\omega^2 A \cos(\omega_t + j)$, com ω, A e j constantes.

(a) Determine a força resultante em função do tempo, $F(t)$, que atua na partícula.

(b) Considere que a força resultante também pode ser escrita como $F(t) = -kx(t)$, onde $k = m\omega^2$. Determine a equação horária para a posição da partícula, $x(t)$, ao longo do eixo x.

(c) Usando as expressões para as energias cinética, $E_c(t) = mv(t)^2/2$, e potencial, $E_p(t) = kx(t)^2/2$, mostre que a energia mecânica da partícula é constante.

6. (UFU) Uma massa m executa um MHS. Sua energia potencial U, em função de sua posição x, está no gráfico abaixo.



Se E for sua energia total, teremos:

(a) em x_1, sua energia cinética será a.

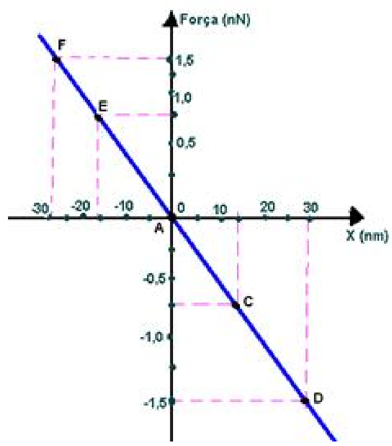
(b) em x_1, sua energia potencial será b.

(c) em x_1, sua energia cinética será $+b$.

(d) na posição x_2 sua energia cinética será máxima.

(e) na posição x_2 sua energia potencial será nula.

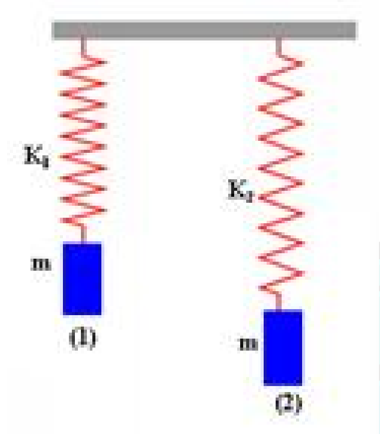
7. (UNICAMP) Os átomos de carbono têm a propriedade de se ligarem formando materiais muito distintos entre si, como o diamante, o grafite e os diversos polímeros. Há alguns anos foi descoberto um novo arranjo para esses átomos: os nanotubos, cujas paredes são malhas de átomos de carbono. O diâmetro desses tubos é de apenas alguns nanômetros (1 nm = 10^{-9} m). No ano passado, foi possível montar um sistema no qual um *nanotubo de carbono* fechado nas pontas oscila no interior de um outro nanotubo de diâmetro maior e aberto nas extremidades. As interações entre os dois tubos dão origem a uma força restauradora representada no gráfico.



(a) Encontre, por meio do gráfico, a constante da mola desse oscilador.

(b) O tubo oscilante é constituído de 90 átomos de carbono. Qual é a velocidade máxima desse tubo, sabendo-se que um átomo de carbono equivale a uma massa de 2×10^{-26} kg.

8. (ITA) Duas molas ideais, sem massa e de constantes de elasticidade K_1 e K_2, sendo $K_1 < K_2$, acham-se dependuradas no teto de uma sala. Em suas extremidades livres penduram-se massas idênticas.



Observa-se que, quando os sistemas oscilam verticalmente, as massas atingem a mesma velocidade máxima. Indicando por A_1 e A_2, as amplitudes dos movimentos e por E_1 e E_2 as energias mecânicas dos sistemas (1) e (2), respectivamente, podemos dizer que:

(a) $A_1 > A_2$ e $E_1 = E_2$
(b) $A_1 < A_2$ e $E_1 = E_2$
(c) $A_1 > A_2$ e $E_1 > E_2$
(d) $A_1 < A_2$ e $E_1 > E_2$
(e) $A_1 = A_2$ e $E_1 > E_2$

6 Gabarito

1. Soma dos itens corretos: 36. Item 01: Incorreta. Item 02: Incorreta. Item 04: Correta. Item 08: Incorreta. Item 16: Incorreta. Item 32: Correta.

2. Item (c) o módulo da aceleração e a energia potencial são máximas.

3. Item (d) não sofre alteração na sua frequência.

4. Item (b): 1,0 m/s.

5. (a) $F(t) = ma = -m\omega^2 A\cos(\omega_t + j)$.
(b) $x(t) = A\cos(\omega_t + j)$.
(c) $E_c(t) = \frac{1}{2}kA^2\text{sen}^2(\omega t + j)$,
enquanto $E_p(t) = \frac{1}{2}kA^2\cos^2(\omega t + j)$.

6. Item (c): em x_1, sua energia cinética será $+b$.

7. (a) 0,05 N/m. (b) 5 km/s.

8. Item (a) $A_1 > A_2$ e $E_1 = E_2$.